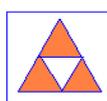


ΑΛΓΕΒΡΑ

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



Χρήστος Π. Μουρατίδης
2014 – 2015



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 1.1
ΕΝΟΤΗΤΑ : Η έννοια της μεταβλητής – Αλγεβρικές παραστάσεις



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Ημ/μία :

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

x	$-3(5-x) - 4 + 2x$
-1	
2	
-3	
-1/2	
5	

2. Να χρησιμοποιήσετε μεταβλητές για να εκφράσετε με μια αλγεβρική παράσταση τις παρακάτω φράσεις:

α) Το άθροισμα δύο αριθμών, μειωμένο κατά 4 :

β) Το τετράγωνο του αθροίσματος τριών αριθμών, αυξημένο κατά το διπλάσιο γινόμενο τους :

γ) Την τελική τιμή ποδηλάτου, αν έγινε εκπτώση 15%:

δ) Το συνολικό ποσό που θα πληρώσουμε για οποιαδήποτε κιλά πορτοκαλιών, αν γνωρίζουμε ότι η τιμή του κιλού είναι σταθερή c:

3. Να απλοποιήσετε την παράσταση και στη συνέχεια να υπολογίσετε την αριθμητική της τιμή:

► $A = 2(3x + 4y) - 3(4x + 2y)$, όταν $x = -1$ και $y = -2$

4. Υπολογίστε την τιμή των παραστάσεων :

$B = 2(3x - 2y) - 2(x - 3y) - 6y$, όταν $x - y = 4$

$\Gamma = 1/3(x - y - z) - 2(x + y - z) + 1/2(-x + y + z)$, όταν $x - z = 2y$

5. Υπολογίστε την τιμή της παράστασης :

► $\Delta = \left[(a^{-1})^3 : a^2 \right] \cdot a^8$, όταν $a = 1 - \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2}}$.

Η Έννοια της Μεταβλητής - Αλγεβρικές Παραστάσεις -

Φύλλο Εργασίας Κ1.1α

1. Ο πατέρας του Γιώργου έχει τριπλάσια ηλικία από το Γιώργο.

α) Αν ο Γιώργος είναι 13 ετών, πόσων ετών είναι ο πατέρας του;

β) Αν ο Γιώργος είναι 15 ετών, πόσων ετών είναι ο πατέρας του;

γ) Αν ο Γιώργος είναι x ετών, πόσων ετών είναι ο πατέρας του;

δ) Αν ο Γιώργος είναι x ετών, πόσων ετών θα είναι ο Γιώργος και πόσο ο πατέρας του, έπειτα από 5 έτη; Απ: Ο Γιώργος θα είναι ετών και ο πατέρας του ετών.

2. Ένα CD μουσικής κοστίζει 15 ευρώ.

α) Πόσο κοστίζουν τα 2 CD;

β) Πόσο κοστίζουν τα 8 CD;

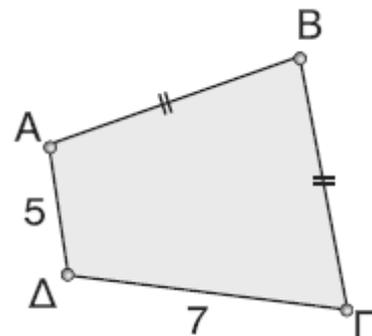
γ) Να χρησιμοποιήσετε το γράμμα a για να συμβολίσετε το πλήθος των CD που θέλουμε να αγοράσουμε και με τη βοήθεια του γράμματος αυτού να εκφράσετε το κόστος της αγοράς αυτής.

3. Στο διπλανό σχήμα είναι $AB=BG$. α) Αν $AB=6$, να βρείτε την περίμετρο του τετραπλεύρου $ABΓΔ$

.....

β) Αν $AB=8$, να βρείτε την περίμετρο του τετραπλεύρου $ABΓΔ$

γ) Να χρησιμοποιήσετε ένα γράμμα για να συμβολίσετε το μήκος του AB και να εκφράσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου $ABΓΔ$ με τη βοήθεια του γράμματος αυτού.



4. Ένα παντελόνι πωλείται x ευρώ, ένα πουκάμισο πωλείται y ευρώ, ένα ζευγάρι παπούτσια πωλείται w ευρώ και μια μπλούζα πωλείται φ ευρώ. Να εκφράσετε με τη βοήθεια των μεταβλητών αυτών τα χρήματα που θα δώσουμε για να αγοράσουμε:

α) δύο παντελόνια, ένα πουκάμισο, δύο ζευγάρια παπούτσια και τρεις μπλούζες.

β) ένα παντελόνι, δύο πουκάμισα και πέντε μπλούζες.

γ) ένα από κάθε είδος.

5. Τα γράμματα x , y , w και φ που παριστάνουν οποιουσδήποτε αριθμούς ονομάζονται

6. Για ποιο λόγο ονομάζονται έτσι;

.....

7. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις: α) $3+2\cdot 7=$ β) $16-3^2\cdot 2=$

8. Ομοίως τις παραστάσεις: α) $2\cdot 3-4\cdot (-3)+5=$

και β) $\frac{5\cdot 8+4\cdot 3}{2\cdot (-7)+6\cdot 9}=$

9. Οι παραστάσεις αυτές που περιέχουν μόνο αριθμούς ονομάζονται παραστάσεις. Μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές ονομάζεται παράσταση.

10. Τα μαθηματικά της Β΄ Γυμνασίου, όπως και της Α΄ Γυμνασίου, χωρίζονται σε και γεωμετρία. Η λέξη προέρχεται από τη λατινική λέξη Algebra, η οποία με τη σειρά της προέρχεται από την αραβική λέξη **al-jabr**. Η αραβική λέξη πρωτοεμφανίζεται στο γραμμένο γύρω στα 825 έργο του μεγάλου άραβα μαθηματικού **al-Khwârizmi** «Hisâb al-jabr w' al- muqâbala» ένας τίτλος που σε ελεύθερη απόδοση είναι «Επιστήμη της συνένωσης και της αντίθεσης». Το αραβικό κείμενο έγινε γνωστό στην Ευρώπη από λατινικές μεταφράσεις. Συνεπώς από την αραβική λέξη γεννήθηκε ο λατινικός όρος που αποδόθηκε στα ελληνικά ως

11. Στην προηγούμενη τάξη μάθαμε την επιμεριστική ιδιότητα $a\cdot(\beta+\gamma) = a\cdot\beta+a\cdot\gamma$

12. Για παράδειγμα: $7\cdot 104 = 7\cdot(100+4) =$

13. Η επιμεριστική ιδιότητα μπορεί να γραφεί και στη μορφή: $a\cdot\beta+a\cdot\gamma =$

14. Στη μορφή αυτή, η επιμεριστική ιδιότητα μπορεί να μας βοηθήσει να κάνουμε εύκολα πράξεις στις αλγεβρικές παραστάσεις: π.χ. $7\cdot a+8\cdot a = (7+8)\cdot a = 15\cdot a$

$4\cdot x-2\cdot x+x = (4-2+1)\cdot x = 3\cdot x,$ $2\cdot x + 5\cdot x =$

$3\cdot a + 4\cdot a - 12\cdot a =$

15. Η διαδικασία αυτή με την οποία γράψαμε σε απλούστερη μορφή τις παραπάνω αλγεβρικές παραστάσεις, ονομάζεται «**αναγωγή ομοίων όρων**». Επίσης όταν γράφουμε αλγεβρικές παραστάσεις, συνήθως δε βάζουμε το σύμβολο (·) του πολλαπλασιασμού μεταξύ των αριθμών και των μεταβλητών ή μεταξύ των μεταβλητών. Γράφουμε δηλαδή $3xy$ αντί για $3\cdot x\cdot y$.

16. Να γράψετε με απλούστερο τρόπο τις παραστάσεις:

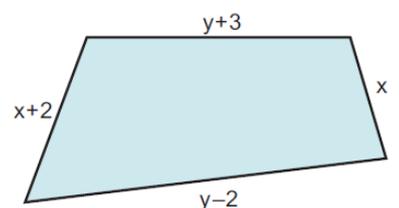
α) $\omega+3\omega+5\omega+7\omega =$ β) $5t-6t-8t =$

γ) $4\gamma+3x-2\gamma+x =$

δ) $\gamma+2\omega-3\gamma+2+\omega+5 =$

17. Να υπολογίσετε την περίμετρο του διπλανού τετραπλεύρου όταν $x+y=10$

.....



2. Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$7(1-3x) - 2(5x-13) = 20(-x+5) + 3(4x-7)$$

$$\frac{x+5}{10} + \frac{2x-5}{5} = \frac{9-x}{5} + \frac{1}{10}$$



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 1.2α
ΕΝΟΤΗΤΑ : Παραμετρικές εξισώσεις



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

1. Βρείτε την τιμή του αριθμού λ , ώστε η εξίσωση : $\frac{\lambda x + 6}{3} - x = \lambda - 1$, να

είναι ταυτότητα.



2. Βρείτε την τιμή του αριθμού λ , ώστε η παρακάτω εξίσωση να είναι αδύνατη:

$$3x + \frac{2\lambda(x-1)}{4} = \frac{2x-3\lambda}{2} + 5$$



-
3. Να βρεθούν οι αριθμοί μ και ν ώστε η εξίσωση να είναι αόριστη :

$$3\mu x - 2 = 4\nu + 6x$$



-
4. Δίνεται η εξίσωση : $\mu(x - 7) + 5 = (\mu + 3)x + 1$, με μ πραγματικό αριθμό.
Αν η εξίσωση έχει λύση τη $x = 3$ να υπολογίσετε την τιμή του μ .



-
5. Να λύσετε την παρακάτω εξίσωση, για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου
 $\lambda \in \mathbb{R}$:
- $$(\lambda - 2)x = \lambda$$





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 1.2β
ΕΝΟΤΗΤΑ : Ασκήσεις στις εξισώσεις



Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$1. \quad 2x - 5\left(\frac{x}{3} - 1\right) = 2\left(x - \frac{1}{3}\right) + 7 \quad \left(x = -\frac{4}{5}\right)$$

$$2. \quad x + \frac{x+4}{2} = \frac{3x}{2} + 2 \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$3. \quad 3\left(1 + \frac{2x}{3}\right) - 6\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{9}\right) = 8 - 9\left(\frac{3}{2} - \frac{4x-3}{6}\right) \quad (x = 3)$$

$$4. \quad (x-3)(5x-4) + 4(2x-1)^2 + 10 = 2(3x-1)^2 + x(3x+1) \quad (x = 1)$$

$$5. \quad (x-4)^2 - (2+x)^2 = (x-1)^2 - (3+x)^2 + 56 \quad (x = -9)$$

$$6. \quad \frac{x - \frac{1}{2}}{3} - \frac{3x+1}{4} = \frac{x + \frac{2}{3}}{4} - \frac{5}{4} \quad (x = 1)$$

$$7. \quad \frac{4-5x}{12} - \frac{3(x-1)}{2} = 2x - 6 \quad (x = 2)$$

$$8. \quad \frac{3x-5}{2} - \frac{4x-2}{5} = \frac{3(x-2)}{10} + \frac{x-23}{2} \quad (x = 100)$$

$$9. \quad \frac{x+3}{2} - \frac{2(6x+4)}{3} = \frac{5(3x-5)}{6} \quad \left(x = \frac{1}{2}\right)$$

$$10. \quad \frac{1}{3}\left(x - \frac{5}{2}\right) - \frac{3}{5}\left(x + \frac{4}{3}\right) = -\frac{7}{2} \quad (x = 7)$$

$$11. \quad 1 - \left(\frac{x}{2} - \frac{2x-1}{3}\right) = 2x - \frac{2}{3}\left(1 - \frac{3x-1}{2}\right) \quad \left(x = \frac{10}{17}\right)$$

$$12. \quad \frac{2\left(x - \frac{1}{2}\right)}{3} - \frac{x + \frac{1}{3}}{1 - \frac{4}{3}} = \frac{1}{2}x \quad \left(x = -\frac{4}{19}\right)$$



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 1.3

ΕΝΟΤΗΤΑ : Επίλυση Τύπων



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Ημ/μία :

1. α) Η σχέση: $a = \beta + \gamma \cdot \delta$ να λυθεί ως προς δ .

β) Η σχέση: $a = \beta \cdot (\gamma + \delta)$ να λυθεί ως προς γ .

γ) Η σχέση: $\delta = \frac{\alpha - \beta \cdot \gamma}{\gamma}$ να λυθεί ως προς γ .



2. Να λύσετε τον τύπο του εμβαδού του τραπεζίου ως προς τη μικρή βάση β :

$$E = \frac{(\beta + B) \cdot \upsilon}{2}$$



3. Το εμβαδόν ενός ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου δίνεται από τον τύπο:

$$E = 2 \cdot (xy + y\omega + \omega x). \text{ Να λύσετε τον τύπο ως προς } \omega.$$



4. Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κώνου με ακτίνα βάσης ρ και ύψος u είναι: $E = 2\pi\rho u + \pi\rho^2$. Να λύσετε τον τύπο ως προς u και στη συνέχεια ως προς π .



5. Η σχέση που συνδέει τα ακτίνια α και τις μοίρες μ είναι: $\frac{\alpha}{\pi} = \frac{\mu}{180}$.
Να λύσετε τη σχέση ως προς α και στη συνέχεια ως προς μ .



6. Ο τόκος ενός δανείου δίνεται από τη σχέση: $T = \frac{K \cdot \varepsilon \cdot t}{100}$.
Να λύσετε τη σχέση ως προς ε .





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 1.4
ΕΝΟΤΗΤΑ : Επίλυση προβλημάτων με χρήση εξίσωσης



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :

- 1.** Ο μαθηματικός Διόφαντος διατύπωσε τον παρακάτω διάλογο - πρόβλημα :
- «-Ευτυχισμένε Πυθαγόρα Ελικώνιε απόγονε των Μουσών, πες μου σε παρακαλώ, πόσοι φοιτούν στη σχολή σου;
 -Βεβαίως θα σου πω Πολυκράτη. **Οι μισοί** ασχολούνται με τα ωραία Μαθηματικά, **το ένα τέταρτο** εξάλλου καταπιάνεται με την έρευνα της αθάνατης φύσης, ενώ **το ένα έβδομο** παραμένει αμίλητο τελείως και σκέπτεται παραμύθια. Υπάρχουν ακόμα **και τρεις γυναίκες** απ' τις οποίες ξεχωρίζει η Θεανώ.»

(Από τα Αριθμητικά του Διόφαντου, Μετάφραση Ε. Σταμάτη).

Ζητείται :

Από τον παραπάνω διάλογο να γράψετε μια εξίσωση που να δίνει τον αριθμό των μαθητών της σχολής του Πυθαγόρα, και να λύσετε την εξίσωση.



Προβλήματα με αριθμούς

- 2.** Αν πολλαπλασιάσω έναν αριθμό με το 7 και στο γινόμενο προσθέσω τον αριθμό αυτό, βρίσκω άθροισμα 50. Να βρεθεί ο αριθμός αυτός.



- 3.** Το άθροισμα δύο διαδοχικών ακεραίων είναι 133. Να βρεθούν οι αριθμοί αυτοί.



-
4. Να βρεθεί διψήφιος αριθμός το άθροισμα των ψηφίων του οποίου είναι ίσο με 8 και όταν αλλάξουμε τη θέση των ψηφίων προκύπτει αριθμός μεγαλύτερος κατά 18.



Προβλήματα γεωμετρίας

5. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 110 cm. Να βρείτε τις διαστάσεις του, αν είναι γνωστό ότι το μήκος του είναι κατά 10 cm μεγαλύτερο από το διπλάσιο του πλάτους του.



-
6. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = AG$ είναι : $AB = 3x+1$, $AG = 2x+5$ και $BG = 3x+4$. Βρείτε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου, και την περίμετρό του.



-
7. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία Β είναι 20° μεγαλύτερη από την Α και 30° μικρότερη από τη Γ. Υπολογίστε τις γωνίες του τριγώνου.



Προβλήματα με ηλικίες

8. Οι ηλικίες ενός πατέρα και του γιου του έχουν άθροισμα 60 χρόνια. Σε 6 χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι διπλάσια από την ηλικία του γιου του. Να βρεθεί η σημερινή ηλικία τους.



9. Ένας πατέρας είναι σήμερα 41 ετών και ο γιος του είναι 9 ετών. Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια της ηλικίας του γιου του;



10. Ο Γιάννης είναι 3 χρόνια μεγαλύτερος από τον Κώστα και 5 χρόνια μικρότερος από τον Πέτρο. Το άθροισμα των ηλικιών των τριών φίλων είναι 47. Να βρείτε την ηλικία καθενός.



Προβλήματα με χρήματα

11. Σε μια εκδρομή συμμετείχαν 100 γονείς και παιδιά. Τα έξοδα της εκδρομής ήταν 1205 €. Το κάθε παιδί πλήρωσε 10 € και ο κάθε γονιός 15 €. Να βρεθεί πόσοι ήταν οι γονείς και πόσα τα παιδιά.



12. Κάποιος συμφώνησε να εξοφλήσει το χρέος του σε 3 δόσεις ως εξής: Η πρώτη δόση να είναι το $\frac{1}{5}$ του χρέους του και 500 €, η δεύτερη να είναι ίση με την πρώτη και επιπλέον το $\frac{1}{3}$ του υπόλοιπου χρέους και η τρίτη δόση να είναι ίση με το $\frac{1}{4}$ του υπόλοιπου χρέους και 2000 €. Να βρεθεί πόσο ήταν το χρέος.



13. Τρεις φίλοι μοιράστηκαν ένα χρηματικό ποσό. Ο πρώτος πήρε το $\frac{1}{4}$ του ποσού, ο δεύτερος πήρε 5€ λιγότερα από τα $\frac{2}{3}$ του ποσού και ο τρίτος

πήρε 30€ λιγότερα από το $\frac{1}{2}$ του ποσού. Αν το ποσό που μοιράστηκαν ήταν χ€, υπολογίστε το αρχικό ποσό και πόσα χρήματα πήρε ο καθένας τους.



Γενικά Προβλήματα

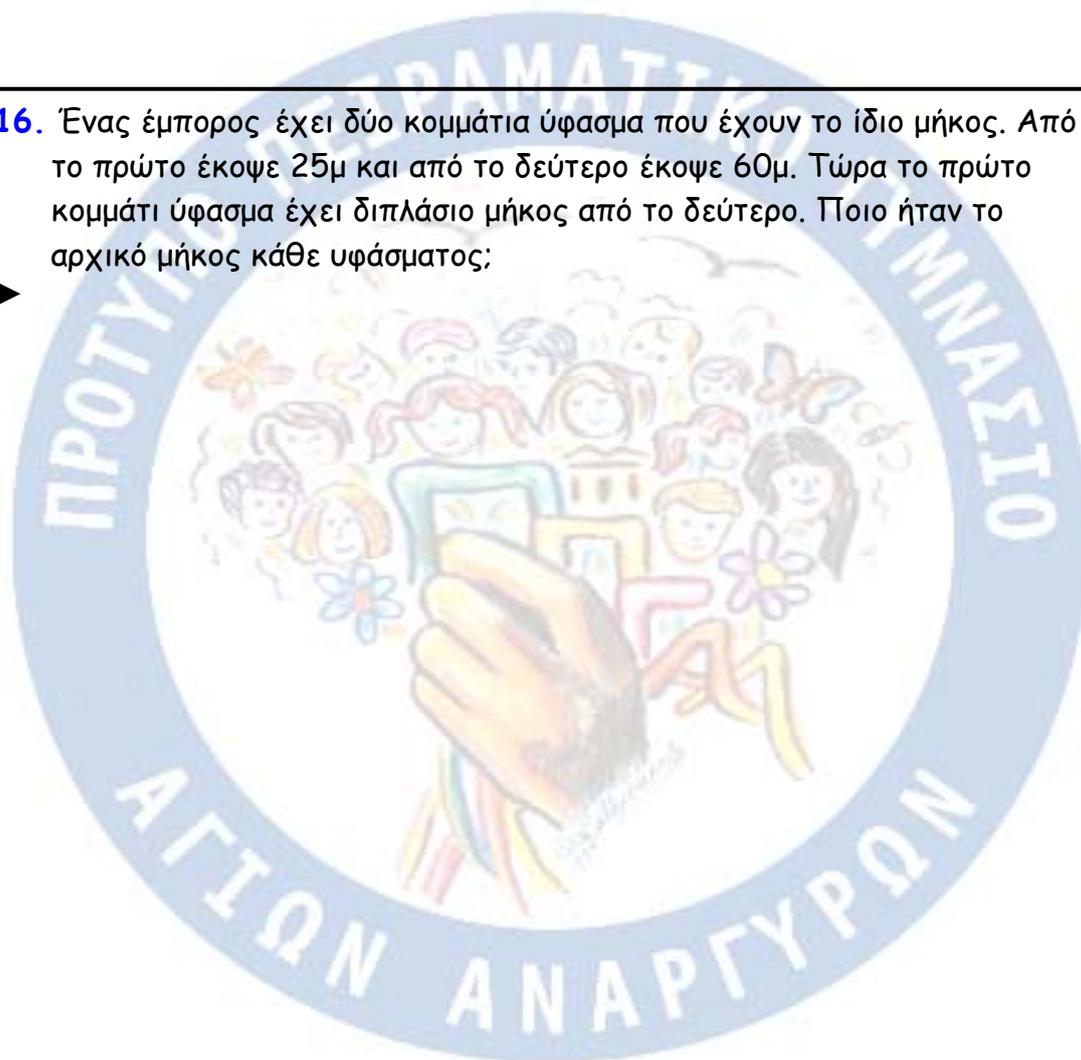
14. Μια βρύση γεμίζει μια άδεια δεξαμενή σε 4 ώρες, ενώ μια άλλη βρύση γεμίζει την ίδια δεξαμενή σε 12 ώρες. Σε πόσες ώρες θα γεμίσουν τη δεξαμενή και οι δύο μαζί αν ανοιχτούν ταυτόχρονα;



15. Σε ένα παιχνίδι γνώσεων στον υπολογιστή με 20 ερωτήσεις, κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 6 μονάδες, ενώ για κάθε ερώτηση που δεν απαντιέται ή δίνεται λάθος απάντηση, αφαιρούνται 4 μονάδες. Ο Γιάννης κέρδισε στο παιχνίδι 70 μονάδες. Σε πόσες ερωτήσεις απάντησε σωστά και σε πόσες λάθος;



-
16. Ένας έμπορος έχει δύο κομμάτια ύφασμα που έχουν το ίδιο μήκος. Από το πρώτο έκοψε 25μ και από το δεύτερο έκοψε 60μ. Τώρα το πρώτο κομμάτι ύφασμα έχει διπλάσιο μήκος από το δεύτερο. Ποιο ήταν το αρχικό μήκος κάθε υφάσματος;





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 1.5
ΕΝΟΤΗΤΑ : Ανισώσεις



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

1 Να συμπληρώσετε τα κενά :

α) Αν $x < 3$, τότε $x + 5$

β) Αν $x \geq 2$, τότε $x - 4$

γ) Αν $x \leq 8$, τότε $\frac{x}{-2}$

δ) Αν $x \leq -\frac{1}{2}$, τότε $-4x$

ε) Αν $x > 6$, τότε $\frac{3x}{-2}$

2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ)



α. Αν $a < b$, τότε $a - 3 < b - 3$

ΣΩΣΤΟ

ΛΑΘΟΣ

β. Αν $a < 0$, τότε $2a < a$

γ. Αν $a > 1$, τότε $1/a > 1$

δ. Η ανίσωση $x + 2014 > x + 2014$, αληθεύει για
κάθε αριθμό

ε. Η ανίσωση $2x - 5 > 4x + 3$, έχει λύσεις τους
αριθμούς $x > 4$

3. Να λύσετε την ανίσωση : $14 - (2x + 7) < -4(x + 2)$



4. Να λύσετε τις ανισώσεις και στη συνέχεια να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.

Εξετάστε αν έχουν κοινές ακέραιες λύσεις :

► α) $\frac{2x+1}{2} > \frac{3x-2}{6}$, β) $\frac{3x-1}{2} - \frac{2(x+1)}{18} < \frac{5x}{9} + \frac{1}{2}$

5. Να λύσετε τις ανισώσεις και να βρείτε τις κοινές ακέραιες λύσεις :

► $\frac{2x-1}{2} + \frac{x}{3} < -\frac{3x-2}{6} - 5 \leq \frac{x-3}{2} + 1$

6. Να λυθεί η ανίσωση :

▶
$$\frac{x - \frac{1}{2}}{3} + \frac{x - \frac{1}{3}}{2} \leq \frac{3x + 1}{6} - \frac{x + \frac{1}{4}}{2}$$

7. Να βρείτε τον αριθμό λ , ώστε η ανίσωση : $\left(\frac{3\lambda - 1}{4} - \frac{\lambda + 1}{2}\right)x < 5$, να αληθεύει για κάθε ρητό x .

▶

8. Να βρείτε τον αριθμό λ , ώστε η ανίσωση : $\left(\frac{3\lambda-12}{6}\right)x < -5$, να είναι αδύνατη.



9. Αν μια γωνία ω είναι μεγαλύτερη ή ίση από το μισό της συμπληρωματικής της, και συγχρόνως το τριπλάσιό της ελαττωμένο κατά τη συμπληρωματική της είναι μικρότερο από το διπλάσιο της παραπληρωματικής της γωνίας ω , να βρείτε το διάστημα στο οποίο παίρνει τιμές αυτή η γωνία. Εξετάστε αν παίρνει ελάχιστη και μέγιστη τιμή.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 2.1

ΕΝΟΤΗΤΑ : Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

1. Γνωρίζουμε ότι το τετράγωνο ενός αριθμού είναι ίσο με το γινόμενο του αριθμού αυτού με τον εαυτό του, δηλαδή $a^2 = a \cdot a$.

Για παράδειγμα $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ ή $8^2 = 8 \cdot 8 = 64$.

Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

α) $3^2 = \dots\dots$

β) $7^2 = \dots\dots$

γ) $1^2 = \dots\dots$

δ) $0^2 = \dots\dots$

ε) $1,2^2 = \dots\dots$

στ) $16^2 = \dots\dots$

ζ) $0,3^2 = \dots\dots$

η) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \dots\dots$

θ) $\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \dots\dots$

2. Μερικές φορές την παραπάνω εργασία πρέπει να την κάνουμε αντίστροφα!

Για παράδειγμα, μπορείτε να βρείτε ποιος αριθμός (θετικός ή μηδέν) πρέπει να τοποθετηθεί στη θέση των κενών στις παρακάτω ισότητες:

α) $(\dots\dots)^2 = 25$

β) $(\dots\dots)^2 = 16$

γ) $(\dots\dots)^2 = 81$

δ) $(\dots\dots)^2 = 100$

ε) $(\dots\dots)^2 = 36$

στ) $(\dots\dots)^2 = 0$

ζ) $(\dots\dots)^2 = 1$

η) $(\dots\dots)^2 = 0,09$

θ) $(\dots\dots)^2 = \frac{9}{25}$

ι) $(\dots\dots)^2 = \frac{1}{4}$

ια) $(\dots\dots)^2 = 4$

ιβ) $(\dots\dots)^2 = 9$

Ορισμός: Τετραγωνική ρίζα ενός **θετικού αριθμού** a λέγεται ο **θετικός αριθμός** που αν πολλαπλασιαστεί με τον εαυτό του, μας δίνει

Συμβολίζουμε την τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a με \sqrt{a} και επειδή $0^2 = 0$ ορίζουμε $\sqrt{0} = \dots\dots$

Για $x \geq 0$ έχουμε: αν $x^2 = a$ τότε $\sqrt{a} = \dots\dots$

ριζικό ή σύμβολο ρίζας

\sqrt{a}

υπόρριξη ποσότητα

3. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες, όπως φαίνεται στο παράδειγμα. Παράδειγμα: $7^2 = 49$ οπότε $\sqrt{49} = 7$

α) $(\dots)^2 = 25$ οπότε $\sqrt{25} = \dots$ β) $(\dots)^2 = 64$ οπότε $\sqrt{64} = \dots$

γ) $(\dots)^2 = 1$ οπότε $\sqrt{1} = \dots$ δ) $(\dots)^2 = 0$ οπότε $\sqrt{0} = \dots$

4. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες, όπως φαίνεται στο παράδειγμα. Παράδειγμα: $\sqrt{100} = 10$ γιατί $10^2 = 100$.

α) $\sqrt{81} = \dots$ γιατί $(\dots)^2 = \dots$ β) $\sqrt{64} = \dots$ γιατί $(\dots)^2 = \dots$

γ) $\sqrt{0} = \dots$ γιατί $(\dots)^2 = \dots$ δ) $\sqrt{36} = \dots$ γιατί $(\dots)^2 = \dots$

ε) $\sqrt{0,09} = \dots$ γιατί $(\dots)^2 = \dots$ στ) $\sqrt{\frac{36}{25}} = \dots$ γιατί $\left(\frac{\dots}{\dots}\right)^2 = \dots$

5. Συμπληρώστε τα παρακάτω :

1. Πως ονομάζεται το σύμβολο $\sqrt{\quad}$;

2. Στο συμβολισμό $\sqrt{\alpha}$ πως ονομάζεται το α ;

3. Μπορείτε να σκεφτείτε δύο αριθμούς που η τετραγωνική τους ρίζα να είναι ίση με τον εαυτό τους;

4. Μπορείτε να συμπληρώσετε το κενό $(\dots)^2 = -25$; Γιατί;
.....

5. Τι έχετε να πείτε για τη ρίζα $\sqrt{-25}$;

6. Συμπέρασμα: ρίζα αρνητικού αριθμού.

7. Μπορεί ένας αριθμός να έχει δύο τετραγωνικές ρίζες; Συμπέρασμα: Η τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού είναι γιατί τόσο η ρίζα, όσο και το υπόριζο είναι θετικοί αριθμοί.

8. Είναι σωστό να γράψουμε $\sqrt{9} = -3$;

9. Να υπολογιστούν τα α) $(\sqrt{4})^2 = \dots$ β) $(\sqrt{49})^2 = \dots$ γ) $(\sqrt{9})^2 = \dots$

10. Από τον ορισμό της ρίζας προκύπτει ότι: Αν $\alpha \geq 0$ τότε $(\sqrt{\alpha})^2 = \dots$ (για α θετικό τετράγωνο και ρίζα)

11. Να υπολογιστούν τα: α) $\sqrt{4^2} = \dots$ β) $\sqrt{(-3)^2} = \dots$ γ) $\sqrt{2,87^2} = \dots$



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 2.1α
ΕΝΟΤΗΤΑ : Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :

1. Υπολογίστε τις παρακάτω παραστάσεις :

α) $A = \sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{9 + \sqrt{49}}}}$

β) $B = \sqrt{6\sqrt{9\sqrt{8\sqrt{4}}}}$

γ) $\Gamma = \sqrt{4 - \sqrt{7 + \sqrt{4}}} + \sqrt{3\sqrt{9\sqrt{16}}}$

2. Υπολογίστε τις παρακάτω παραστάσεις :

α) $A = \sqrt{25 - 4\sqrt{11 + \sqrt{25}}}$

β) $B = \sqrt{2\sqrt{8\sqrt{4}}}$

γ) $\Gamma = \sqrt{3 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{2}}$

3. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να ισχύουν οι ισότητες:

α) $\sqrt{4+\dots} = 3$

β) $\sqrt{7-\dots} = 2$

γ) $\sqrt{\frac{20}{\dots}} = 2$

δ) $\sqrt{9} + \sqrt{\dots} = 4$

ε) $(\sqrt{\dots})^2 - \sqrt{121} = 1$

4. Να βρείτε τους θετικούς αριθμούς x που ικανοποιούν τις εξισώσεις:

α) $x^2 = 81$

β) $x^2 + \left(\frac{x}{5}\right)^2 = 26$

5. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα :

α	β	\sqrt{a}	$\sqrt{\beta}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\beta}}$	$\sqrt{\frac{a}{\beta}}$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{\beta}$	$\sqrt{a \cdot \beta}$	$\sqrt{a} + \sqrt{\beta}$	$\sqrt{a + \beta}$
9	36								
25	49								

Τι παρατηρείτε;

Γράψτε τα συμπεράσματά σας :



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 2.2
ΕΝΟΤΗΤΑ : Άρρητοι αριθμοί



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

1. Να κατασκευάσετε τους άρρητους $\sqrt{2}$ και $\sqrt{3}$ και να τοποθετήσετε στον άξονα των πραγματικών αριθμών, του αριθμούς : $-3, -1,5, 0, 1, 2, 3/4$, και τους $\sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{3}, -\sqrt{3}$.



2. Απλοποιήστε τις παραστάσεις :

▶ $A = 2\sqrt{2} - 4\sqrt{5} - 7\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 4\sqrt{2} + 8\sqrt{5} =$

$$B = 3(\sqrt{7} - \sqrt{3}) - 2(5\sqrt{7} + 3\sqrt{3}) =$$

3. Να λύσετε την εξίσωση, να κατασκευάσετε τη λύση της και να την τοποθετήσετε στον άξονα των πραγματικών αριθμών.

▶ $2(x - 3\sqrt{3}) + 3(4\sqrt{3} + 2x) = 2(-\sqrt{3} + 3x)$

4. Ομοίως την εξίσωση :

▶ $2(\sqrt{5} - x) - (x - 3\sqrt{5}) = 3\sqrt{5} + x$

5. Για ποιες τιμές του ακέραιου x , έχει νόημα η παράσταση :

▶ $A = \sqrt{\frac{2x-1}{2} + 3} - \sqrt{-x - \frac{1-x}{3}}$



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 2.3

ΕΝΟΤΗΤΑ : Ασκήσεις & Προβλήματα στους Πραγματικούς Αριθμούς

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :



1. Να τρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:



$$\alpha) A = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\beta) B = \frac{8}{3\sqrt{2}}$$

$$\gamma) \Gamma = (\sqrt{a})^{-1}$$

$$\delta) \Delta = \frac{a^2}{\sqrt{a^3\beta}}, \quad a, \beta > 0$$

2. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα:

$$\alpha) A = (a - \sqrt{\beta})(a + \sqrt{\beta})$$

$$\beta) B = (\sqrt{a} - \beta)(\sqrt{a} + \beta)$$

$$\gamma) \Gamma = (\sqrt{a} + \sqrt{\beta})(\sqrt{a} - \sqrt{\beta}), \quad a, \beta > 0$$

3. Να τρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

$$\alpha) A = \frac{1}{1 - \sqrt{2}}$$

$$\beta) B = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$$

$$\gamma) \Gamma = \frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$$

4. Δίνονται: $A = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}$, $B = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$, $\Gamma = \sqrt{2+\sqrt{3}}$.

Να υπολογίσετε το γινόμενο $A \cdot B$ και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι:

$$A \cdot B \cdot \Gamma = 1.$$



5. Ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι ίσοι;

$$a = \sqrt{8}, \quad \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \gamma = 2\sqrt{2}, \quad \delta = \frac{4}{\sqrt{2}}, \quad \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \sigma\tau = \sqrt{\frac{2}{4}}$$



6. Σημειώστε με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) στις παρακάτω προτάσεις:

α) Για κάθε πραγματικό αριθμό a ισχύει : $\sqrt{a^2} = a$

β) $\sqrt{(-4)^2} = -4$

γ) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

δ) $\sqrt{20} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

ε) $\sqrt{a^2\beta} = a\sqrt{\beta}$, με a, β μη αρνητικούς πραγματικούς

7. Αν $a = \frac{2\sqrt{50}}{\sqrt{5}} - 2\sqrt{10}$ και β είναι η λύση της εξίσωσης $\sqrt{3x} - 7\sqrt{3} = 0$

Υπολογίστε την τιμή της παράστασης $A = \sqrt{2} + \sqrt{51 - \beta} - \sqrt{100 + a}$



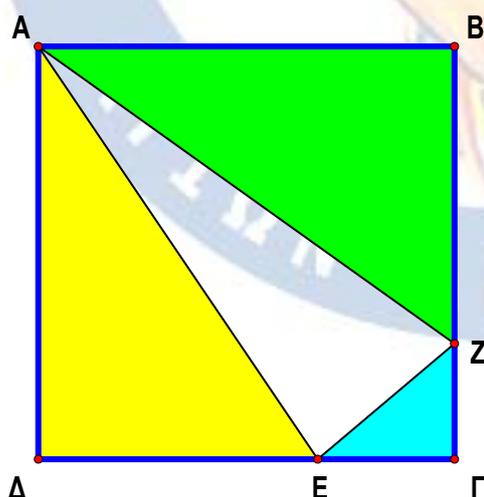
8. Βρείτε το εμβαδόν και την πλευρά τετραγώνου, με διαγώνιο 10cm.



9. Βρείτε την πλευρά και το ύψος ισοπλεύρου τριγώνου, με εμβαδόν
(i) $E=12\sqrt{3} \text{ cm}^2$ και (ii) $E=12\text{cm}^2$



10. Το τετράγωνο του σχήματος έχει πλευρά $a=60\text{cm}$ και $\Delta E = 40\text{cm}$, ενώ $BZ = 49\text{cm}$.
α) Υπολογίστε την περίμετρο και το εμβαδόν των τριγώνων $\Delta\Delta E$, ΔBZ , $\Delta Z E$ και $\Delta E Z$.
β) Εξετάστε αν το τρίγωνο με τη μεγαλύτερη περίμετρο έχει και το μεγαλύτερο εμβαδό.
γ) Εξετάστε αν το τρίγωνο $\Delta E Z$ είναι ορθογώνιο.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 3.1
ΕΝΟΤΗΤΑ : Η έννοια της συνάρτησης



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης :

$$y = \frac{3x-1}{2} + 3$$



x	1		0		-3
y		-2		0	

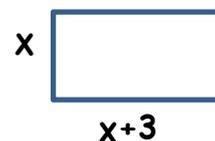
2. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης, αφού

πρώτα βρείτε για ποιες τιμές ορίζεται : $y = \frac{\sqrt{2+\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x-3}}$



x					
y					

3. Ένα ορθογώνιο έχει πλευρές x και $x+3$ αντίστοιχα.
- Να εκφράσετε την περίμετρο Π του ορθογωνίου ως συνάρτηση του x .
 - Να εκφράσετε το εμβαδόν E του ορθογωνίου ως συνάρτηση του x .
 - Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης.



x					
Π					
E					

4. Δίνεται τραπέζιο με μεγάλη βάση $B=8\text{cm}$, μικρή $b=4\text{cm}$ και ύψος $u=2\text{cm}$. Στη συνέχεια ελαττώνουμε τη μικρή βάση κατά $x\text{cm}$.
- Να εκφράσετε το Εμβαδόν του τραπεζίου με την ελαττωμένη βάση, σε συνάρτηση με το x .
 - Για ποια τιμή του x , το τραπέζιο μετατρέπεται σε τρίγωνο και ποιο θα είναι το εμβαδόν του, τότε;



5. Δίνεται η συνάρτηση: $y = f(x) = \frac{\lambda x - 4}{(\lambda - 1)x^2 - (\lambda + 2)x + 5}$. Να βρείτε την τιμή του αριθμού λ , ώστε όταν $x = 2$, να είναι $y=3$. (Δηλαδή να είναι $f(2)=3$)





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 3.2
ΕΝΟΤΗΤΑ : Ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων



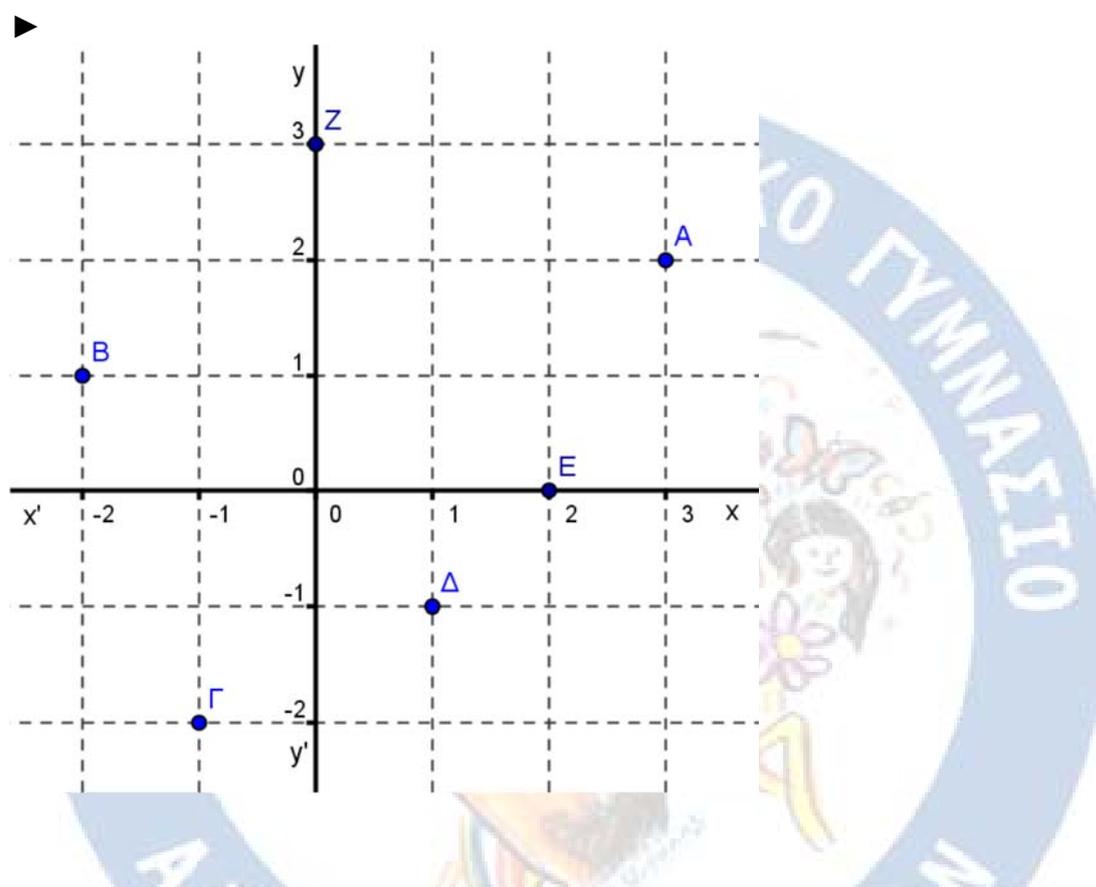
Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

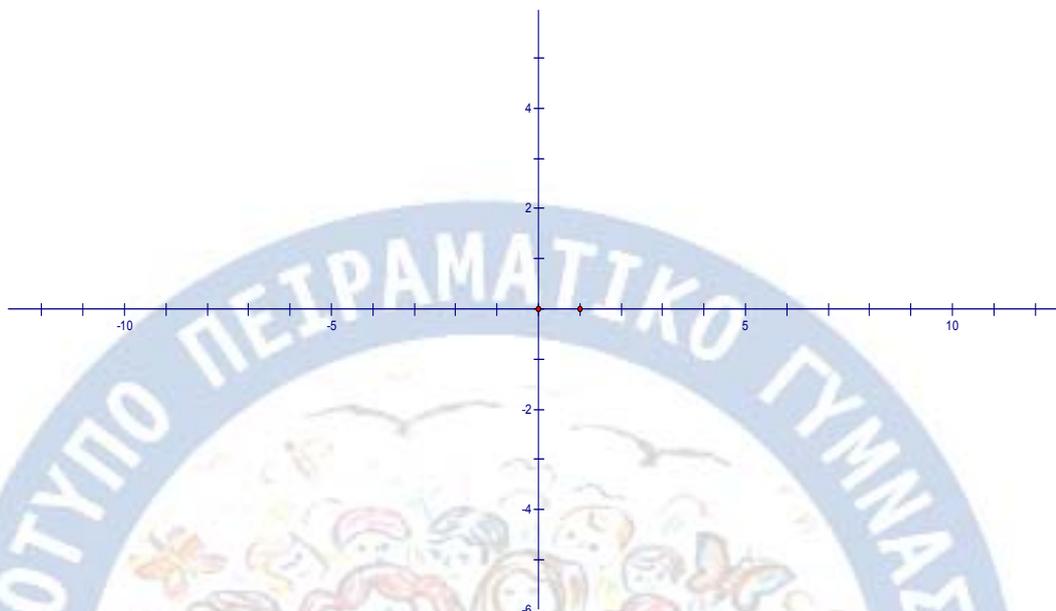
1. Να γράψετε τις συντεταγμένες των σημείων που σημειώνονται στο παρακάτω σχήμα.



2. Στο παραπάνω σχήμα υπολογίστε τις αποστάσεις: ΓΔ, ΒΓ, ΓΕ, ΑΒ. Βρείτε την περίμετρο του τριγώνου ΑΖΒ και του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ. Βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ.



3. Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων $Ox\psi$, να σχεδιάσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(2,3)$, $B(1,1)$, $\Gamma(4,2)$.
Να βρείτε το συμμετρικό του τριγώνου ως προς τον άξονα $x'x$, τον άξονα $\psi'\psi$ και την αρχή των αξόνων $O(0,0)$.



4. Έστω σημείο $M(3\lambda-12, 9-3\lambda)$. Ζητείται ο ρητός λ ώστε :
- α) το M να είναι σημείο του $x'x$ άξονα
 - β) το M να είναι σημείο του $\psi'\psi$ άξονα
 - γ) το M να βρίσκεται στο IV τεταρτημόριο



5. Αν $\alpha > 0$ και $\beta < 0$, βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκονται τα σημεία :
- α) $A(2\beta, \sqrt{\alpha})$
 - β) $B(\alpha\beta, -\alpha)$
 - γ) $\Gamma(\alpha+2, \beta-\sqrt{2})$
 - δ) $\Delta(\eta\mu 30, -\epsilon\phi 45)$

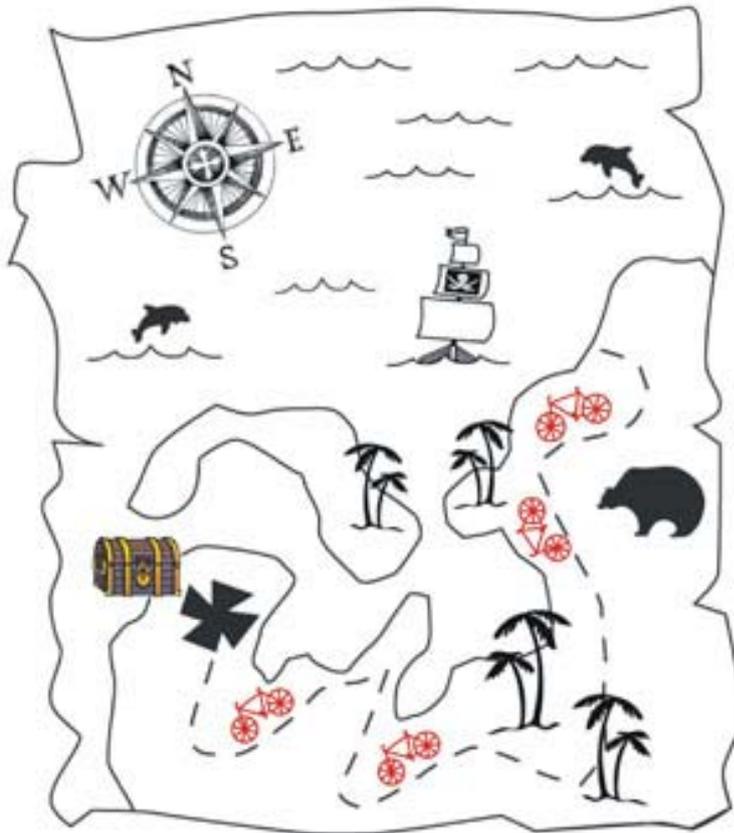




ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 3.2α



Το Πρόβλημα του Χαμένου Θησαυρού



Μέλη Ομάδας Εργασίας :

.....

.....

.....



Κόλπος του Φοίνικα

Κόλπος του Λεβάντε

Το πειρατικό του Chris de Mour πλησίασε τον κόλπο του Φοίνικα, που ήταν πιο απάνεμα, από τον κόλπο του Λεβάντε, στο νησί του "ΨΑΧΝΩ".

Μετά από ένα δύσκολο ταξίδι περιπλάνησης στις απέραντες θάλασσες της Γνώσης, σκέφθηκε να κρύψει το θησαυρό του κάπου στο νησί, έτσι ώστε όταν αργότερα ξαναπέρναγε από κει να τον πάρει, ή να τον βρουν οι δικοί του ναύτες, όχι εύκολα, αλλά ούτε και πολύ δύσκολα, αρκεί να ήξεραν τα βασικά, αλλιώς θα έπρεπε να τα μάθουν πρώτα και μετά να τον αναζητήσουν.

Γι αυτό έκασε στην κουκέτα του και σχεδίασε τη διαδρομή και το σημείο που θα τον έκρυβε. Αυτός ήξερε από την αρχή ένα σύντομο δρόμο, άλλωστε πως θα κουβάλαγε μακριά από την ακτή τέτοιο φορτίο μόνος, μια και δεν ήθελε άλλος να τον δει πού κρύβει τον παραμυθένιο θησαυρό.

Σήμερα έχουμε το χάρτη που μας άφησε και μερικές οδηγίες.

Και να τι λένε οι οδηγίες:

► Σχεδίασε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Ox με κέντρο το εκκλησάκι, ώστε ο ημιάξονας Ox να δείχνει την ανατολή στο ύψος της σκεπής της εκκλησιάς, ο Oy τον βορά στην κατεύθυνση που δείχνει το αριστερό κυπαρίσσι.

► Να πάρεις κλίμακα 1:10.000 και να βρεις το σημείο $A(\alpha, \beta)$.

► Για να βρεις τα α και β πρέπει να λύσεις την εξίσωση :

$$(\alpha + 2)^2 + (\beta + 4)^2 = 0$$

► Να βρεις το συμμετρικό B , του A ως προς τον x' άξονα.

► Να βρεις το συμμετρικό Γ , του B ως προς τον y' άξονα.

► Υπολόγισε την απόσταση d του Γ από το O για να δεις πραγματικά πόσο μακριά έχω φτάσει.

► Πράγματι είναι μακριά αν σκεφτείς ότι περπάτησα και την απόσταση OA , γι αυτό γύρισε στην εκκλησιά (O) και σε απόσταση απ αυτήν d , σε ευθεία κάθετη στην $O\Gamma$ στο O , βρες το σημείο Δ .

► Αν η τετμημένη του είναι η τεταγμένη του B και η τεταγμένη του είναι η τετμημένη του B τότε είσαι σε καλό δρόμο, αλλιώς πήγαινε πάλι από την αρχή!

► Βρες τώρα την απόσταση του Δ από τα A και Γ και σκέψου γιατί είναι καλό σημείο να έχω κρύψει εκεί το θησαυρό.

► Αν νομίζεις φιλαράκο ότι ήταν εύκολο, βρες εσύ που θα τον έκρυβες στο δικό σου νησί και δώσε μας οδηγίες μήπως και τον βρούμε!



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 3.3
ΕΝΟΤΗΤΑ : Η συνάρτηση $y = ax$



Τάξη : Β Γυμνασίου.

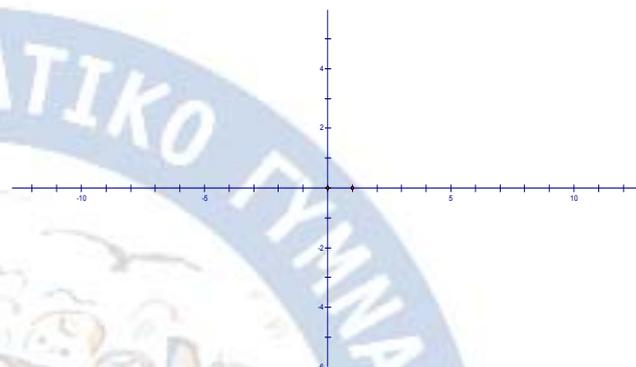
Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

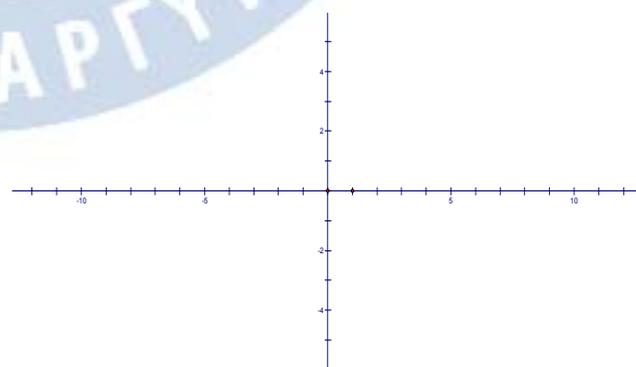
1. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = x$,
 $y = g(x) = 2x$, και $y = h(x) = 3x$.



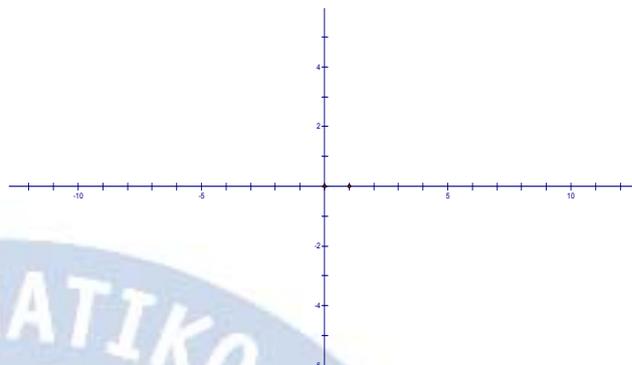
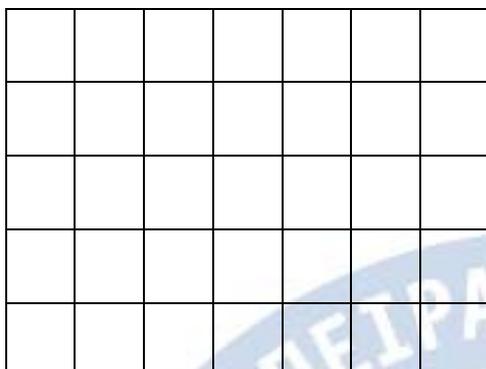


2. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = -x$,
 $y = g(x) = -2x$, και $y = h(x) = -3x$.

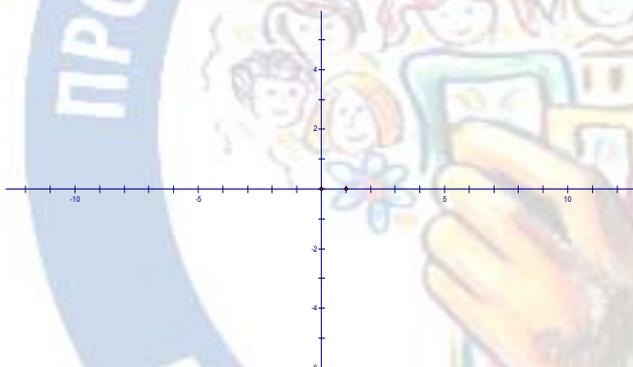




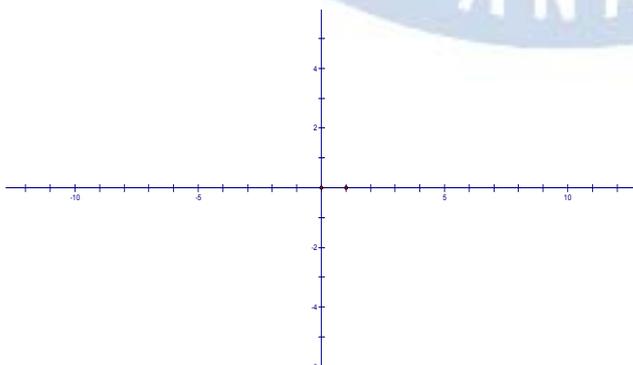
3. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = 2$
 $y = g(x) = -3$, και τις ευθείες $x = 4$, $x = -5$. Σχολιάστε τις διαφορές τους.



4. Να σχεδιάσετε ευθεία που να διέρχεται από την αρχή των αξόνων O και έχει κλίση $4/5$.



5. Να βρείτε την κλίση της ευθείας που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο $A(-4, 5)$.

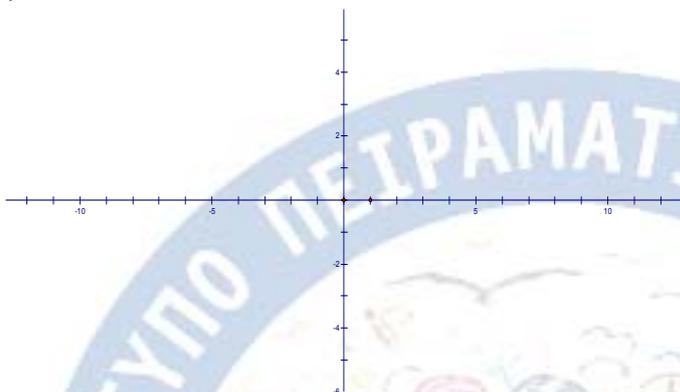


6. Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ , έτσι ώστε :

α) Η ευθεία $y = (\sqrt{3}\lambda - 2)x$ να διέρχεται από το σημείο $A(1,1)$.

β) Η ευθεία $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ να διέρχεται από το σημείο $B=(2, 2\lambda - \sqrt{3})$.

Ποια είναι η γωνία κλίσεως σε κάθε περίπτωση, και να σχεδιάσετε τις ευθείες.



7. Ένα κατάστημα κάνει έκπτωση 20% σε όλα του τα προϊόντα.

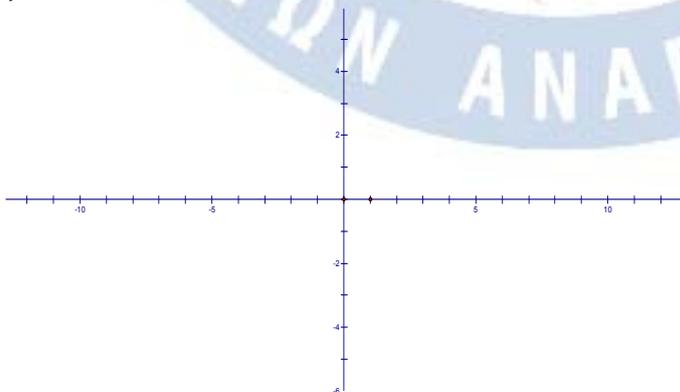
α) Να γράψετε τη συνάρτηση y που δίνει τις τιμές των προϊόντων μετά την έκπτωση, σε σχέση με τις αρχικές τιμές τους x .

β) Να σχεδιάσετε τη συνάρτηση.

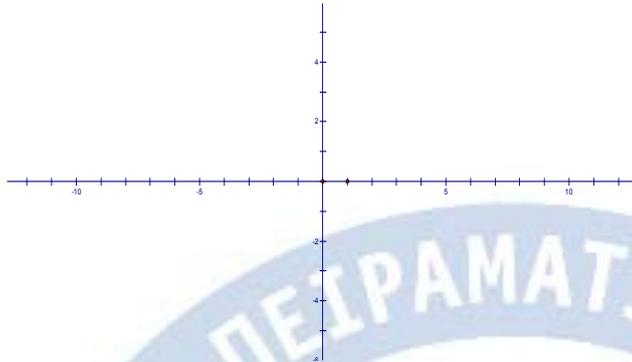
γ) Με τη βοήθεια της συνάρτησης αυτής να υπολογίσετε:

i) Την τιμή φορέματος μετά την έκπτωση, αν η αρχική του τιμή ήταν 80€.

ii) Την αρχική τιμή παντελονιού, αν με την έκπτωση στοιχίζει 50€.



8. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = x$, $y = g(x) = -x$. Βρείτε το συντελεστή διεύθυνσή τους, τη γωνία που σχηματίζουν με τον άξονα $x'x$. Σχολιάστε τις διαφορές τους.



9. Να σχεδιάσετε σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Οχψ τη συνάρτηση :

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

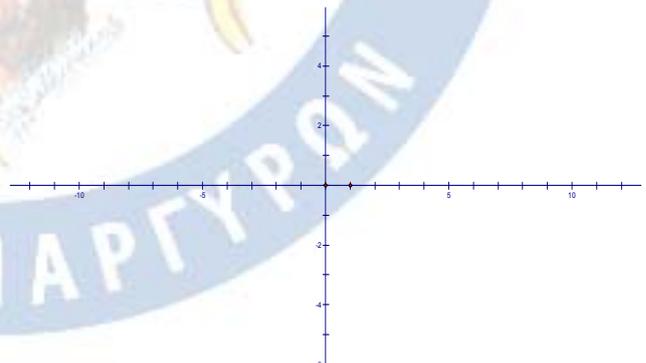


$y=x$

x	y

$y=-x$

x	y



Συγκρίνετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y=x$ και $y=|x|$, και γράψτε τις παρατηρήσεις σας :

.....



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 3.4
ΕΝΟΤΗΤΑ : Η συνάρτηση $y = ax + b$



Τάξη : Β Γυμνασίου.

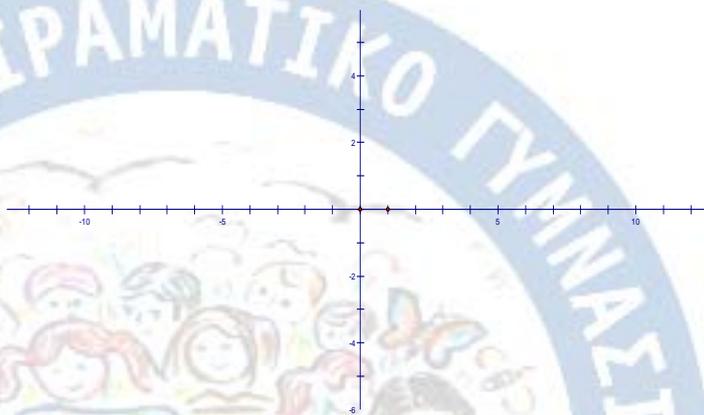
Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

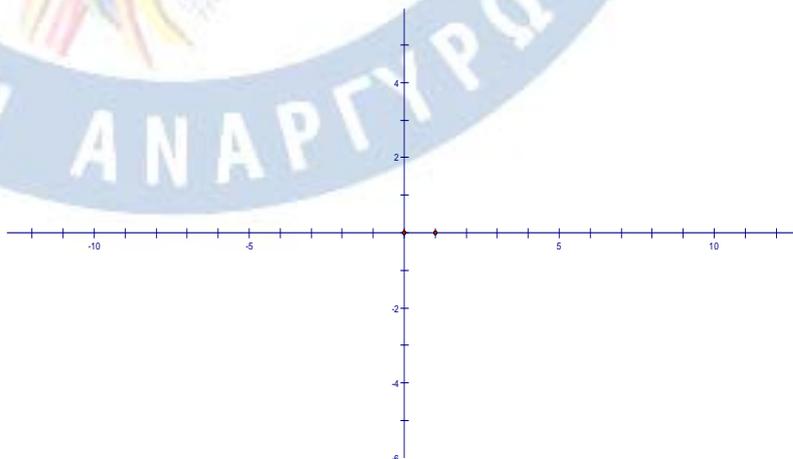
1. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = x$, $y = g(x) = x+2$, και $y = h(x) = x-2$. Βρείτε τα σημεία τομής τους με τους άξονες και την κλίση κάθε μιας.





2. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = -2x$, $y = g(x) = -2x+3$, και $y = h(x) = -2x-3$. Βρείτε τα σημεία τομής τους με τους άξονες και την κλίση κάθε μιας.

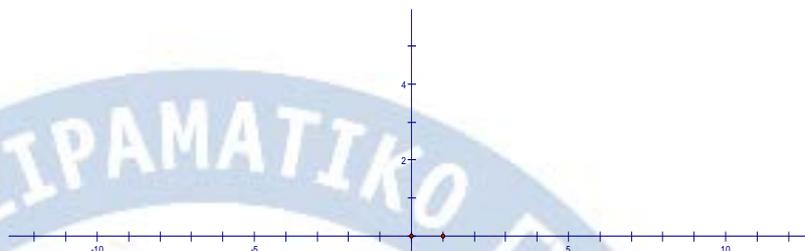




3. Δίνεται η ευθεία $\epsilon: 4x - 5y = 20$.

- α) Να βρείτε τα σημεία Α και Β, στα οποία η ϵ τέμνει τους άξονες.
- β) Να σχεδιάσετε την ευθεία ϵ .
- γ) Να εκφράσετε το y ως συνάρτηση του x και να βρείτε την κλίση της.
- δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου OAB καθώς και τις γωνίες του.

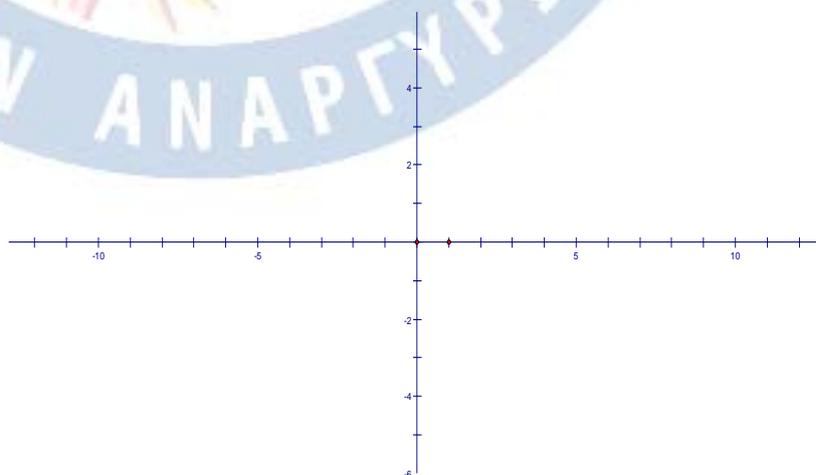




4. Να σχεδιάσετε ευθεία $y = 2x + 1$ όταν $-1 \leq x < 2$.
 Να βρείτε τα σημεία τομής της με τους άξονες.



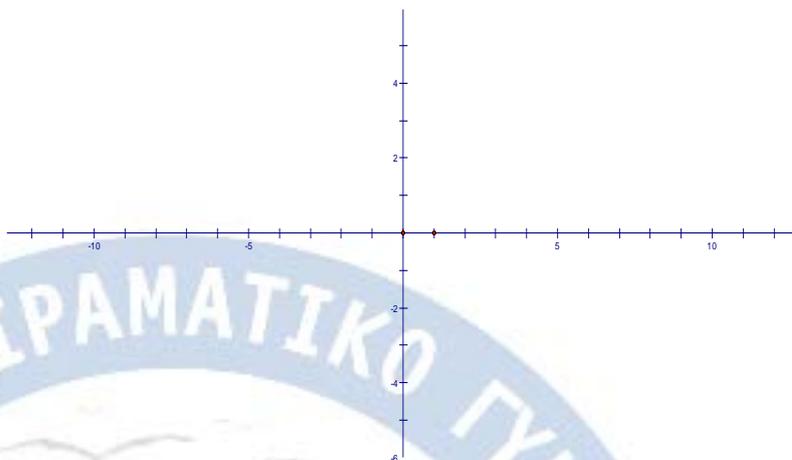
x	y



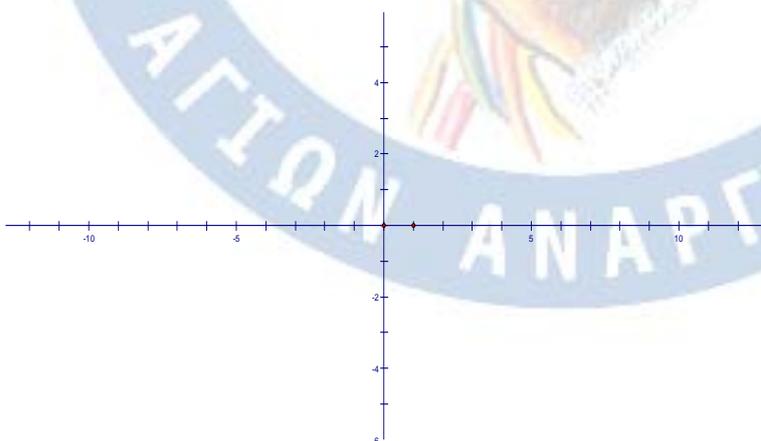
5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση 3 και τέμνει τον άξονα x στο σημείο $A(2/3, 0)$. Σε ποιο σημείο τέμνει τον y ; Να σχεδιάσετε την ευθεία.



x	y



6. Να βρείτε τις τιμές των κ και λ ώστε η ευθεία $\epsilon: y = (\kappa^2 + 2\lambda)x - \kappa + 3$, να έχει κλίση 4 και να διέρχεται από το σημείο $A(0, 6)$. Για τις τιμές των κ και λ που θα βρείτε, να σχεδιάσετε την ευθεία, και να βρείτε τα σημεία τομής της με τους άξονες.

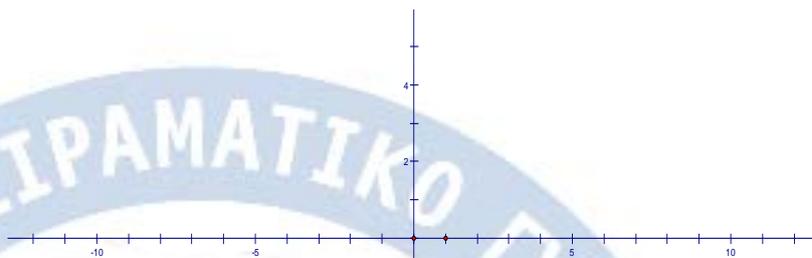


7. Δίνονται οι συναρτήσεις : $y = \left(\frac{\lambda+1}{2}\right)x+6$ και $y = (\lambda-8)x+3$.

Να βρείτε την τιμή του λ , ώστε οι συναρτήσεις αυτές να παριστάνουν παράλληλες ευθείες. Για την τιμή του λ που θα βρείτε, να σχεδιάσετε τις ευθείες στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων, να βρείτε τα σημεία που τέμνουν τους άξονες και να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραπλεύρου που σχηματίζεται μεταξύ των δύο ευθειών και των αξόνων.



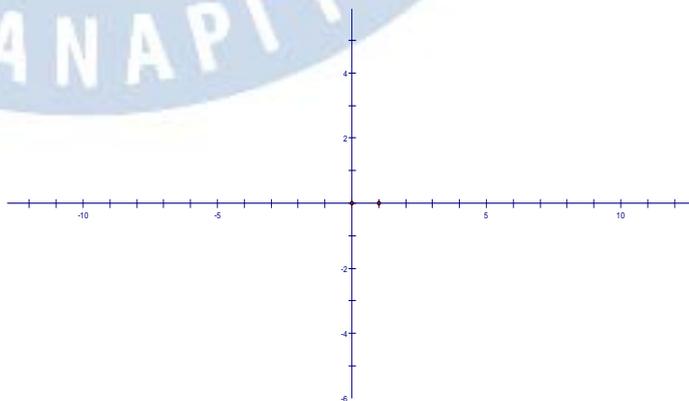
x	y



8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ), που διέρχεται από τα σημεία $A(0, 4)$ και $B(1, 2)$. Στη συνέχεια να βρείτε την κλίση της, και τα σημεία που αυτή τέμνει τους άξονες.



x	y





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 3.5
ΕΝΟΤΗΤΑ : Η υπερβολή $y = a/x$



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

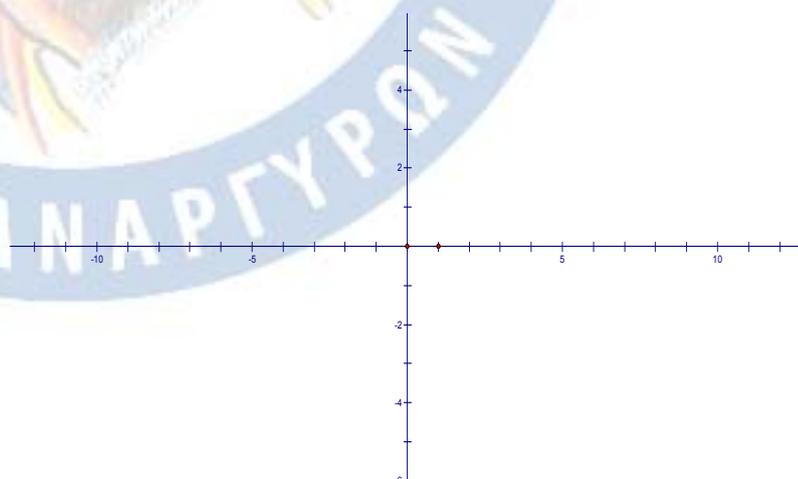
1. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = 1/x$, $y = g(x) = 2/x$, και $y = h(x) = 3/x$. Τι παρατηρείτε;





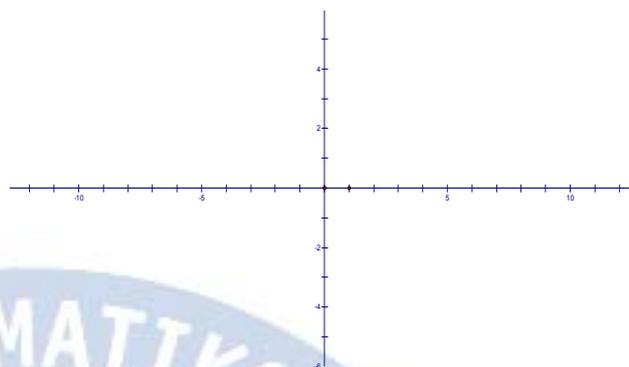
2. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = -1/x$, $y = g(x) = -2/x$, και $y = h(x) = -3/x$. Τι παρατηρείτε;





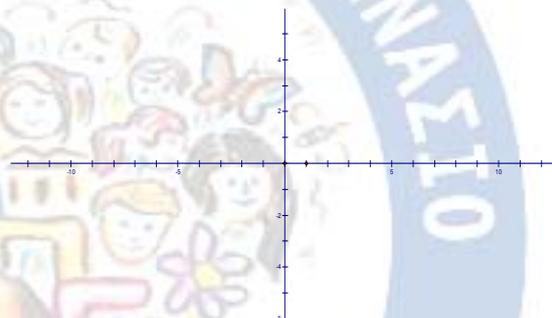
3. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = 1/x$,
 $y = g(x) = -1/x$. Τι παρατηρείτε;





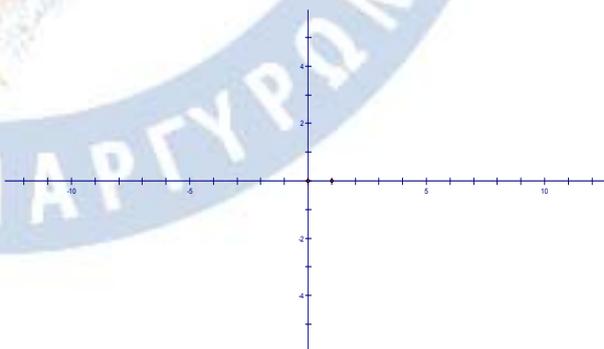
4. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = x$,
 $y = g(x) = 1/x$. Τι παρατηρείτε;





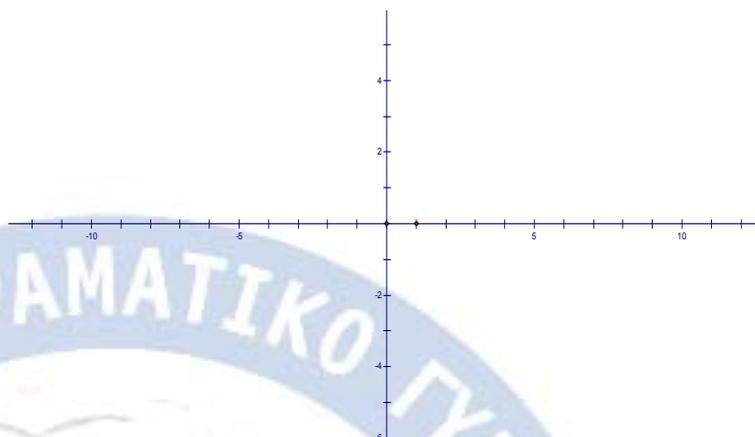
5. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = -x$,
 $y = g(x) = -1/x$. Τι παρατηρείτε;





6. Δίνεται η συνάρτηση $y = 1/2x$. Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών και να εξετάσετε τα ποσά x και y τι είναι μεταξύ τους. Να σχεδιάσετε τη συνάρτηση.

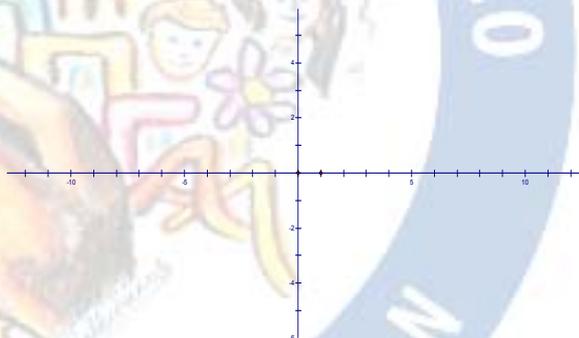




7. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{3\lambda - 2}{x}$ διέρχεται από το σημείο $A(-2, 1)$, να βρείτε την τιμή του λ και να την σχεδιάσετε.



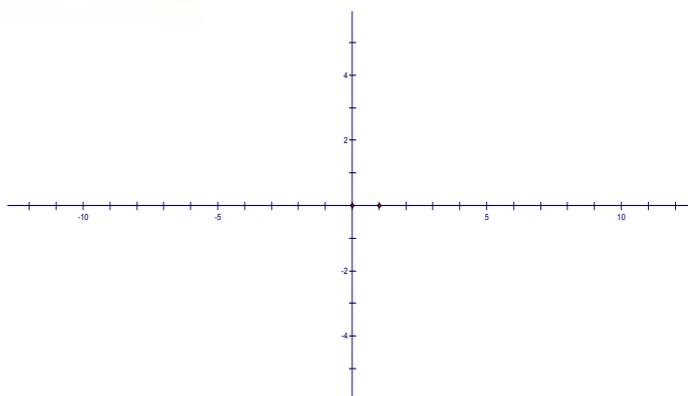
x	y



8. Τα ποσά του παρακάτω πίνακα είναι αντιστρόφως ανάλογα. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, να γράψετε το y ως συνάρτηση του x και να σχεδιάσετε τη συνάρτηση y .

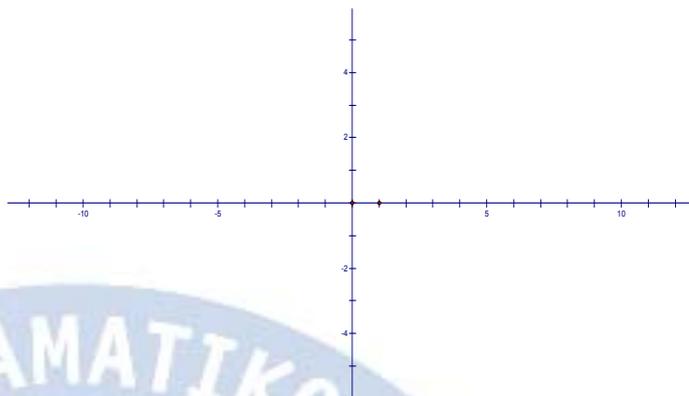


x	3	2	-4		1,5	
y	4			-12		-8

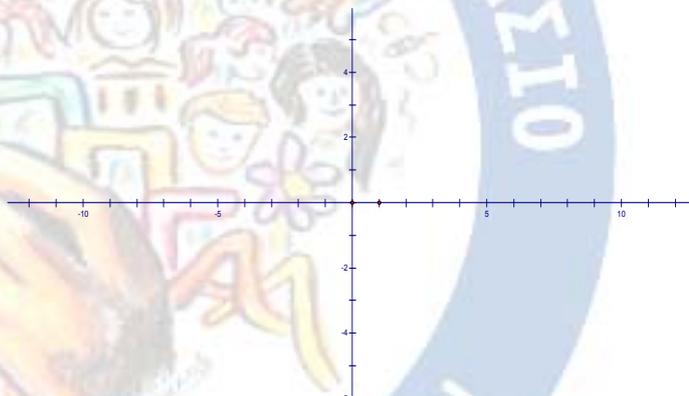
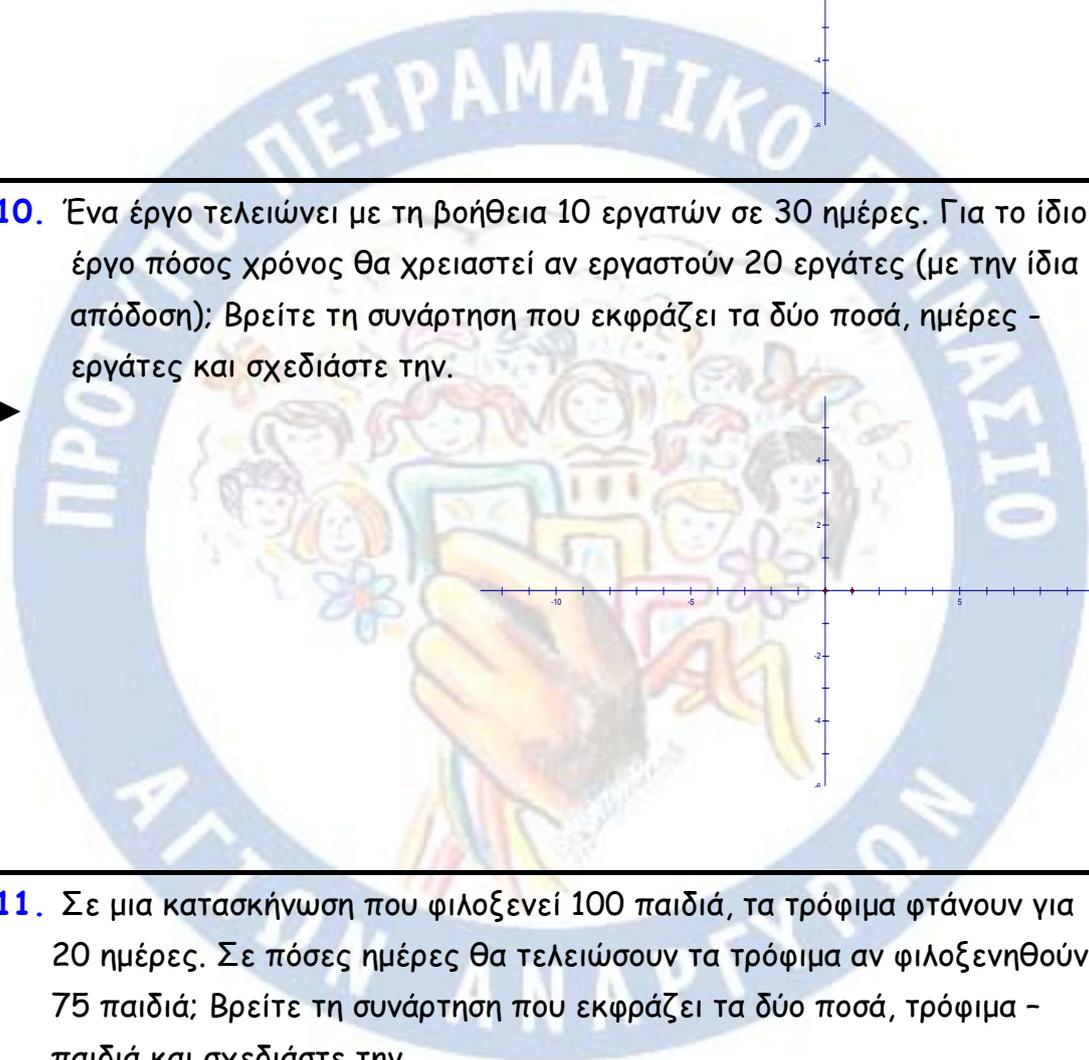


9. Να σχεδιάσετε τη συνάρτηση : $y = f(x) = \left| \frac{1}{x} \right| = \frac{1}{|x|}$. Τι παρατηρείτε;

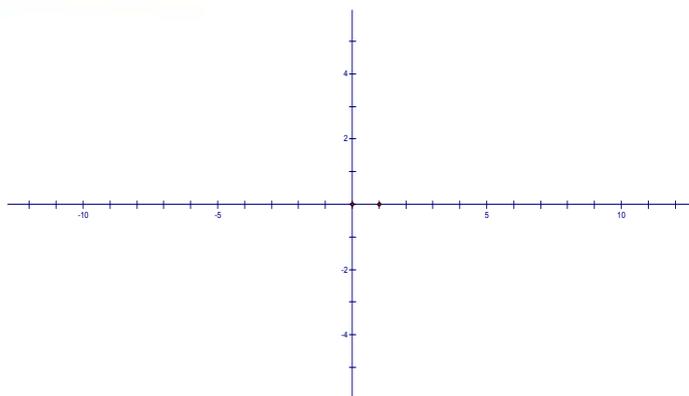




10. Ένα έργο τελειώνει με τη βοήθεια 10 εργατών σε 30 ημέρες. Για το ίδιο έργο πόσος χρόνος θα χρειαστεί αν εργαστούν 20 εργάτες (με την ίδια απόδοση); Βρείτε τη συνάρτηση που εκφράζει τα δύο ποσά, ημέρες - εργάτες και σχεδιάστε την.



11. Σε μια κατασκήνωση που φιλοξενεί 100 παιδιά, τα τρόφιμα φτάνουν για 20 ημέρες. Σε πόσες ημέρες θα τελειώσουν τα τρόφιμα αν φιλοξενηθούν 75 παιδιά; Βρείτε τη συνάρτηση που εκφράζει τα δύο ποσά, τρόφιμα - παιδιά και σχεδιάστε την.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 1
ΕΝΟΤΗΤΑ : Στοιχεία Περιγραφικής Στατιστικής.....



Τάξη : Β Γυμνασίου.
 Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
 Ημ/νία :

Λέξεις Κλειδιά :

- Πληθυσμός
- Μεταβλητή
- Δείγμα
- Απογραφή - Δειγματοληψία
- Παρατηρηθείσα τιμή
- Ποιοτικές και Ποσοτικές μεταβλητές
- Διακριτές και Συνεχείς
- * Διαλογή
- * Συχνότητα
- * Σχετική Συχνότητα
- * Πίνακας κατανομής Συχνοτ.
- * Αθροιστική Συχνότητα
- * Σχετική Αθροιστική Συχν
- * Γραφικές παραστάσεις

ΑΣΚΗΣΗ

Σε μια πόλη μετρήσαμε τη μεγαλύτερη ημερήσια θερμοκρασία επί 30 συνεχείς ημέρες και βρήκαμε (σε βαθμούς Κελσίου) :

25 26 26 26 24 21 21 22 24 26
 25 27 22 22 24 23 23 26 25 26
 22 23 27 24 23 21 21 23 23 22

1) Να συμπληρωθεί **ο πίνακας διαλογής**

2) Να συμπληρωθεί **ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων**



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 2

Εφαρμογή στη Συμπλήρωση Πίνακα Κατανομής Συχνοτήτων

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή : Ημ/μία :

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, που αναφέρεται στις τιμές μιας μεταβλητής X , γράφοντας τους απαραίτητους υπολογισμούς.

x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	N_i	F_i	$F_i\%$
x_1						
x_2	100			150		
x_3						67,5
x_4		0,1				
x_5				400		
Σύνολο						





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 3
ΕΝΟΤΗΤΑ : Ποιοτική Μεταβλητή



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :

Λέξεις Κλειδιά :

- Ραβδόγραμμα Συχνοτήτων
- * Κυκλικό διάγραμμα Σχετ. Συχνοτητ.

ΑΣΚΗΣΗ

1. Ελέγχονται 35 αυτοκίνητα ως προς το χρώμα τους και μας παραδίδεται ο παρακάτω πίνακας :

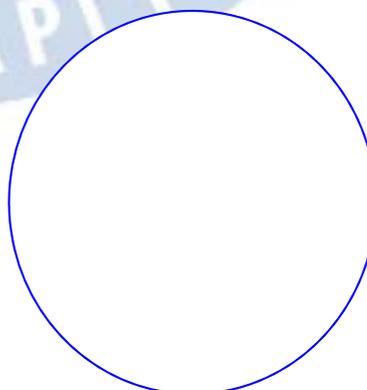
Χρώμα	n_i	$f_i\%$	$\hat{\omega}_i$
Κόκκινο	8		
Κίτρινο	10		
Γκρι	15		
Μπλε		20	
Μαύρο			
Σύνολα	50		

Να υπολογιστούν όλες οι συχνότητες και οι σχετικές συχνότητες και να γίνει το **Ραβδόγραμμα συχνοτήτων**.

Να γίνει **κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων**.

Ραβδόγραμμα Συχνοτήτων

Κυκλικό Διάγραμμα Σχετ. Συχνοτήτων





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 4
Εφαρμογή Κυκλικού Διαγράμματος

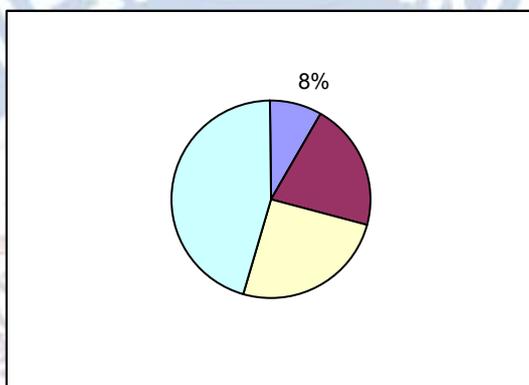


Τάξη : Β Γυμνασίου.
 Ονομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
 Ημ/νία :

ΑΣΚΗΣΗ

Δόθηκε το παρακάτω κυκλικό διάγραμμα, με τα εξής στοιχεία : $f_1\%=8\%$, $f_2=0.21$, $\hat{\omega}_3 = 90^\circ$, $v_4=v_2+v_3$. Αν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι $n=24$, να συμπληρώσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων, και να κατασκευάσετε Ραβδόγραμμα Συχνοτήτων.



x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	$\hat{\omega}_i$
x_1				
x_2				
x_3				
x_4				
Σύνολο				





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 5

ΕΝΟΤΗΤΑ : Διαγράμματα Διακριτής Ποσοτικής Μεταβλητής.

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :



Λέξεις Κλειδιά :

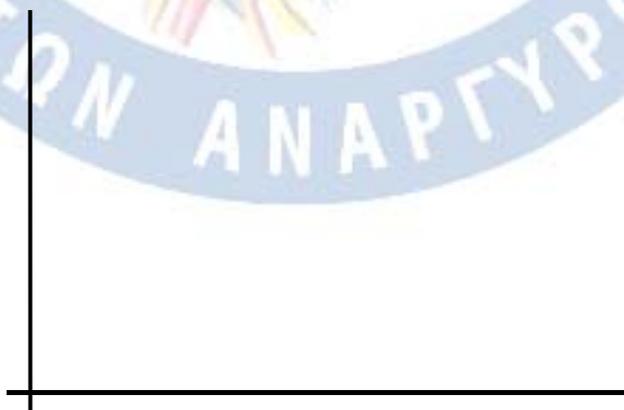
- Διάγραμμα Συχνοτήτων
 - Διάγραμμα Αθροιστικών Συχνοτήτων & Αθροιστικών Σχετικών Συχνοτ.
- * Πολύγωνο Συχνοτήτων

Εφαρμογή στο Φύλλο Εργασίας 1

Διάγραμμα & Πολύγωνο Συχνοτήτων



Διάγραμμα & Πολύγωνο Αθροιστικών Συχνοτήτων





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 6

ΕΝΟΤΗΤΑ : Συνεχής Ποσοτική Μεταβλητή Ομαδοποιημένες Παρατηρήσεις

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :



Λέξεις Κλειδιά :

- Ομαδοποίηση Παρατηρήσεων, Εύρος & Κεντρική τιμή
- Ιστόγραμμα Συχνοτήτων και Σχετικών Συχνοτήτων
- Ιστόγραμμα Αθροιστικών Συχνοτήτων & Αθροιστ. Σχετ. Συχνοτήτων
- Πολύγωνο Κατανομής Συχνοτήτων

ΑΣΚΗΣΗ

Τα παρακάτω δεδομένα αντιπροσωπεύουν τις καθυστερήσεις σε λεπτά 30 δρομολογίων ενός τρένου.

14	18	1	24	6	14	4	0	12	5
2	19	11	12	9	2	17	21	13	5
8	15	2	12	10	17	1	16	14	13

- α) Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε έξι κλάσεις ίσου πλάτους και να κατασκευάσετε πίνακα με τις συχνότητες και αθροιστικές σχετικές συχνότητες των κλάσεων αυτών.
- β) Να κατασκευάσετε τα πολύγωνα συχνοτήτων και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

Κλάσεις [-)	Διαλογή	n_i	f_i	F_i	$F_i\%$
Σύνολο					

Ιστόγραμμα & Πολύγωνο Συχνοτήτων





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 7

ΕΝΟΤΗΤΑ : Συνεχής Ποσοτική Μεταβλητή Ομαδοποιημένες Παρατηρήσεις

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :



ΑΣΚΗΣΗ

Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει την ηλικία 50 εργαζομένων ενός εργοστασίου.

[18,23)	[23,28)	[28,33)	[33,38)	[38,43)	[43,48)	[48,53)	[53,58)
2	5	6	11	9	7	6	4

1) Να συμπληρωθεί ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων

- 2) Να γίνει **ιστόγραμμα** συχνοτήτων
- 3) Να γίνει **πολύγωνο** συχνοτήτων
- 4) Να γίνει **ιστόγραμμα** αθροιστικών συχνοτήτων
- 5) Να γίνει **πολύγωνο** αθροιστικών συχνοτήτων
- 6) Να κατασκευάσετε **κυκλικό διάγραμμα** συχνοτήτων για τέσσερις (4) **ισομήκεις** κλάσεις.

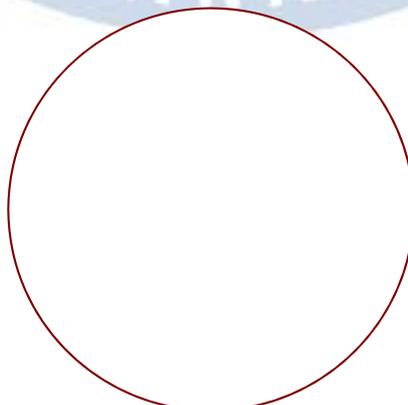
Ιστόγραμμα & Πολύγωνο Συχνοτήτων



Ιστόγραμμα & Πολύγωνο Αθροιστικών Συχνοτήτων



Κυκλικό Διάγραμμα Σχετικών Συχνοτήτων





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 8

ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρα θέσης.



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Ημ/νία :

Λέξεις Κλειδιά :

- Μέτρα Θέσης σε απλά και ομαδοποιημένα δεδομένα
- Αριθμητικός Μέσος
- Διάμεσος
- (Επικρατούσα Τιμή (Κορυφή))

Διακριτή Μεταβλητή

1. Εξετάζοντας ένα δείγμα 50 ανθρώπων με μεταβλητή «πόσες πιστωτικές κάρτες έχουν», πήραμε τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων :

α/α	x_i	v_i	N_i	$x_i v_i$
1	0	8		
2	1	19		
3	2	14		
4	3	7		
5	4	2		
Αθρ		50		

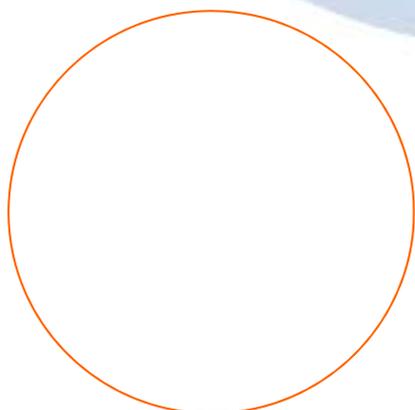
Υπολογίστε τον **αριθμητικό μέσο**, και τη **διάμεσο**.

Συνεχής Μεταβλητή

2. Μετρήσαμε το βάρος 50 αρνιών, και προέκυψε ο παρακάτω πίνακας Συχνοτήτων.

Κλάσεις [,)	Συχν. v_i	Κέντρο x_i	$v_i x_i$	N_i	$f_i \%$	$F_i \%$
7 – 7,5	2					
7,5 – 8	4					
8 – 8,5	6					
8,5 – 9	5					
9 – 9,5	8					
9,5 – 10	7					
10–10,5	10					
10,5-11	8					
Άθροισμα						

Να υπολογίσετε τον **Αριθμητικό Μέσο**, και τη **διάμεσο**.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 9

ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρα θέσης διακριτής μεταβλητής.

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

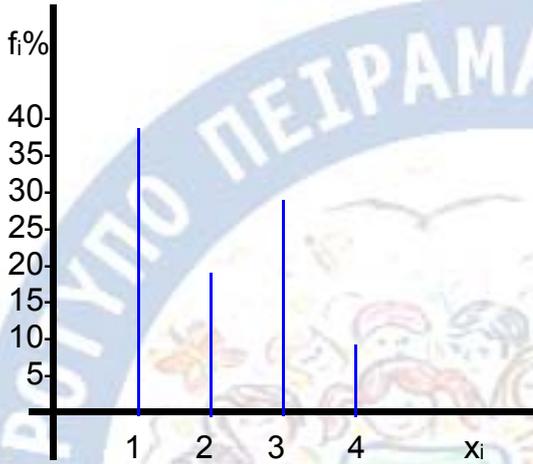
Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :



ΑΣΚΗΣΗ

Από το παρακάτω διάγραμμα, να κατασκευάσετε πλήρη **πίνακα κατανομών**.
 Να υπολογίσετε τη **μέση τιμή**, και τη **διάμεσο**, αν γνωρίζετε ότι **$n=200$** .





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 10

ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρα θέσης συνεχούς μεταβλητής.

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :



ΑΣΚΗΣΗ

Από το παρακάτω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων % να κατασκευάσετε πλήρη πίνακα κατανομών και να υπολογίσετε τη **μέση τιμή**, και τη **διάμεσο**, αν είναι γνωστό το πλήθος **v=200**.

