ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Χρήστος Π. Μουρατίδης

2014 – 2015

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 1.1

ΕΝΟΤΗΤΑ : Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

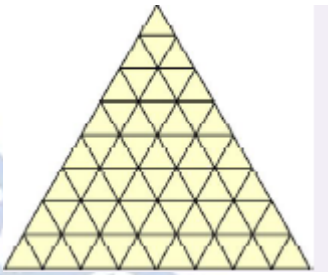
Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :……

1. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου με μονάδα μέτρησης :

α) :

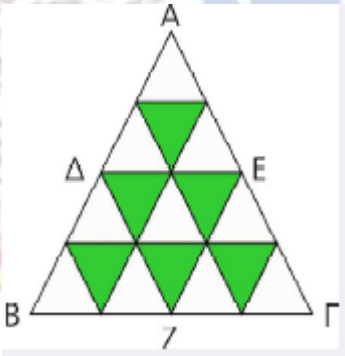
β) :

γ) :



2. Αποδείξτε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι τετραπλάσιο από το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΖ, με μονάδα μέτρησης το :

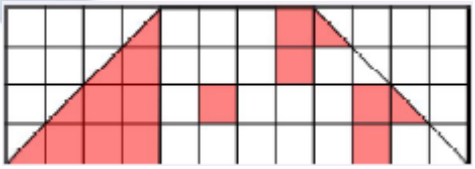
►



3. Στο χρωματιστό πλακόστρωτο εμβαδού 32 λείπουν μερικά πλακάκια. Ποιο είναι το εμβαδόν που πρέπει να επισκευαστεί με μονάδα μέτρησης

α)

β)



►

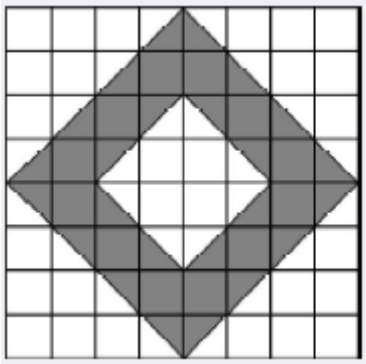
4. Θέλουμε να κατασκευάσουμε το παρακάτω σχήμα με τετράγωνα πλακάκια, άσπρα και μαύρα. Να βρείτε :

α) το εμβαδόν του τετραγώνου με μονάδα το □

β) το εμβαδόν που καλύπτουν τα μαύρα πλακάκια και

γ) πόσο θα πληρώσουμε για την αγορά των πλακιδίων, αν το λευκό κοστίζει 5€ και το μαύρο 8€.

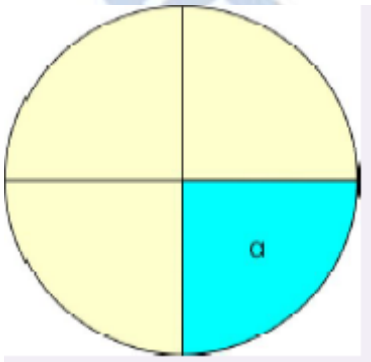
►



5. Ένας κύκλος χωρίζεται όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρείτε το εμβαδόν του με μονάδα μέτρησης το :

α) το α β) το 2α και γ) το $\frac{1}{2}$α

►



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ.1.2

ΕΝΟΤΗΤΑ : Μονάδες μέτρησης επιφανειών

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :……

1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα :

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
4,2			
	3250		
		720000	
			5600000

2. Ένα οικόπεδο 1,2 στρεμμάτων πουλήθηκε 520€ το m^2. Ποια ήταν η συνολική του αξία;

→

3. Μια βεράντα $30m^2$ στρώθηκε με πλακάκια $2500cm^2$. Να υπολογίσετε πόσα πλακάκια τοποθετήθηκαν.

→

---

4. Τρία αδέλφια μοιράστηκαν ένα χωράφι 8 στρεμμάτων. Ο πρώτο πήρε $1500m^2$ περισσότερο από το δεύτερο και ο τρίτος πήρε $1000m^2$ λιγότερο χωράφι από το δεύτερο. Πόσο χωράφι σε στρέμματα και σε m^2, πήρε ο καθένας τους;

→

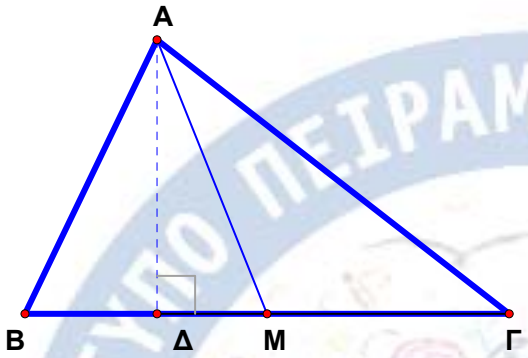
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ.1.3

ΕΝΟΤΗΤΑ : Εμβαδά επίπεδων σχημάτων

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :……

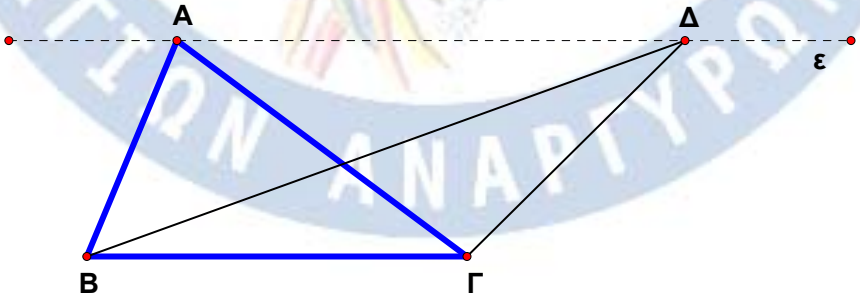
1. Δείξτε ότι σε κάθε τρίγωνο, η διάμεσος χωρίζει το τρίγωνο σε δύο τρίγωνα με ίσα εμβαδά (ισεμβαδικά).

▶



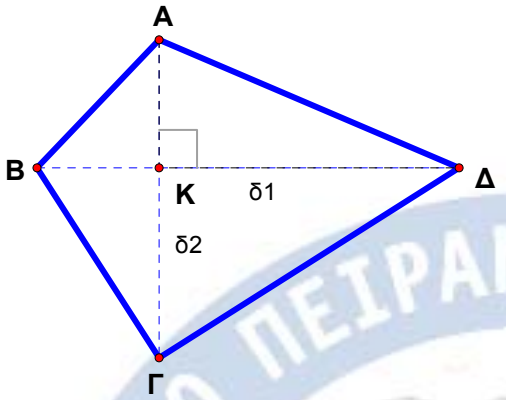
2. Δύο τρίγωνα έχουν κοινή βάση ΒΓ και οι κορυφές τους Α και Δ βρίσκονται σε ευθεία ε παράλληλη προς τη βάση ΒΓ. Δείξτε ότι τα τρίγωνα έχουν ίσα εμβαδα.

▶



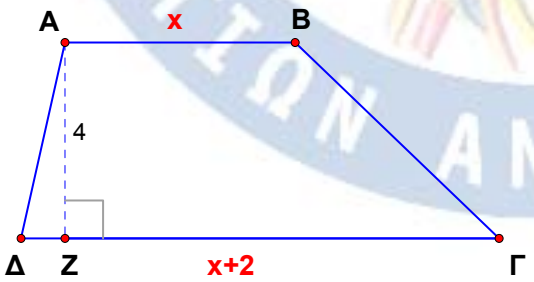
3. Αν δ_1 και δ_2 είναι οι διαγώνιες ενός τετραπλεύρου, που τέμνονται κάθετα, να δείξετε ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου είναι : $E = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{2}$

►



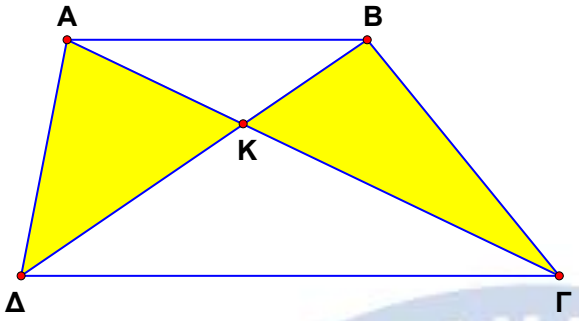
4. Τραπέζιο ΑΒΓΔ έχει εμβαδόν 84cm^2. Αν η μικρή βάση του είναι x cm και η μεγάλη (x+2)cm, ενώ το ύψος του 4cm, να υπολογίσετε το μήκος x και τις βάσεις του.

►



5. Τραπεζίου ΑΒΓΔ οι διαγώνιες τέμνονται στο Κ. Δείξτε ότι (ΑΚΔ)=(ΒΚΓ).

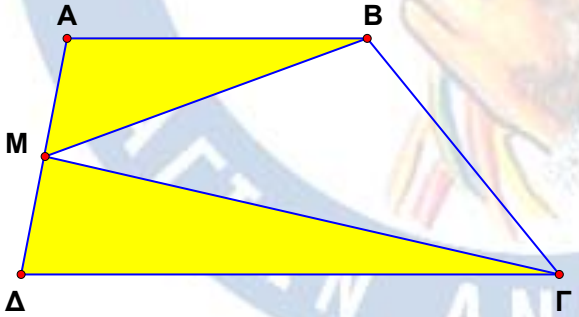
►



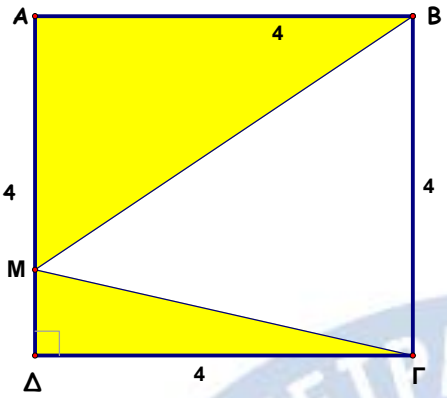
6. Τραπεζίου ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ), είναι Μ το μέσο της ΑΔ. Δείξτε ότι :

(ΑΒΜ) + (ΓΜΔ) = (ΒΜΓ) = $\frac{1}{2}$ (ΑΒΓΔ)

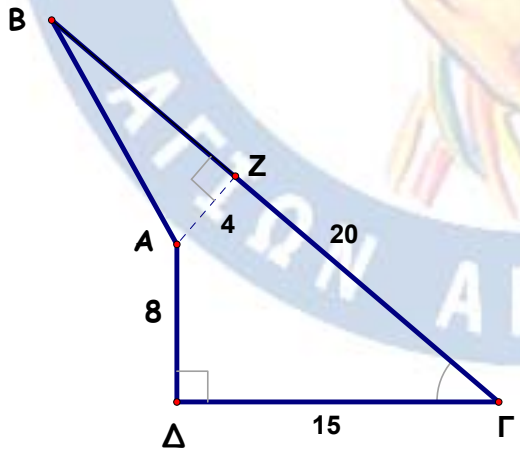
►



7. Στο τετράγωνο ΑΒΓΔ, δείξτε ότι : (ΑΒΜ) + (ΓΜΔ) = (ΒΜΓ) = $\frac{1}{2}$ (ΑΒΓΔ).
▶



8. Υπολογίστε το εμβαδόν του παρακάτω σχήματος.
▶



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 1.4

ΕΝΟΤΗΤΑ : ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

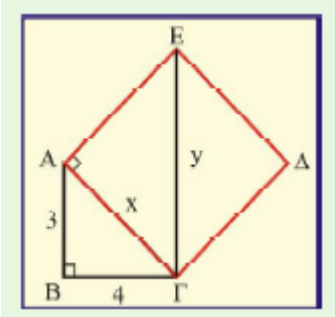
Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :……

1. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και το τετράπλευρο ΑΓΔΕ τετράγωνο.

Να υπολογίσετε : α) Την υποτείνουσα του τριγώνου x.

β) Τη διαγώνιο y του τετραγώνου και

γ) το εμβαδόν του τετραγώνου.



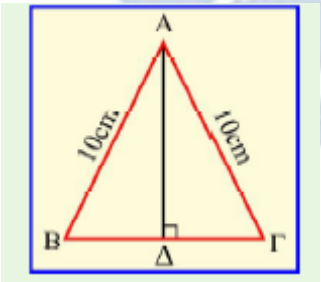
►

2. Το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ έχει περίμετρο 36cm και ΑΒ=ΑΓ=10cm.

Να υπολογίσετε : α) το ύψος ΑΔ του τριγώνου

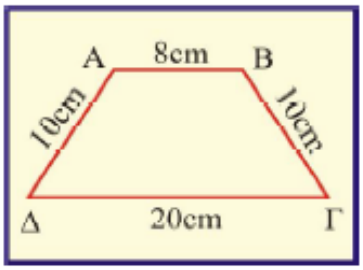
β) το εμβαδόν του τριγώνου και

γ) το ύψος ΒΕ του τριγώνου.



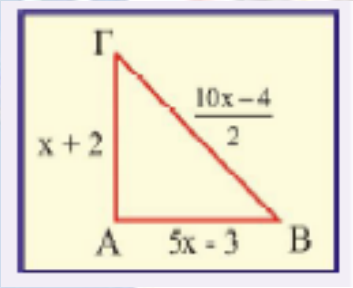
►

3. Στο ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ, είναι ΑΒ=8cm, ΑΔ=ΒΓ=10cm και ΓΔ=20cm. Να υπολογίσετε : α) το ύψος ΑΕ του τραπεζίου
β) το εμβαδόν του τραπεζίου.



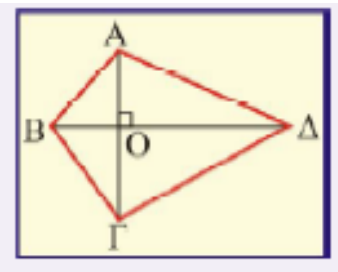
►

4. Εξετάστε αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.



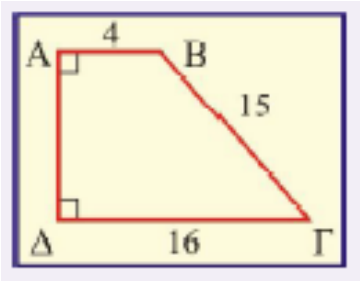
►

5. Στο τετράπλευρο ΑΒΓΔ οι διαγώνιές του τέμνονται κάθετα. Δείξτε ότι ισχύει η σχέση : $AB^2 + ΓΔ^2 = AΔ^2 + BΓ^2$.



►

6. Στο δισορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ, με ΑΒ=4cm, ΒΓ=15cm και ΓΔ=16cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν του.



►

7. Κατασκευάστε ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς α = 3cm. Να υπολογίσετε το ύψος του ΑΔ και το εμβαδόν του, σε συνάρτηση με την πλευρά του α. Στη συνέχεια να αντικαταστήσετε το α με την τιμή του α = 3cm.

►

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.1

ΕΝΟΤΗΤΑ : Εφαπτομένη οξείας γωνίας

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :……

1. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με γωνία Α=90°, γωνία Β=60° και πλευρά β=4cm. Υπολογίστε τα υπόλοιπα πρωτεύοντα στοιχεία του τριγώνου.

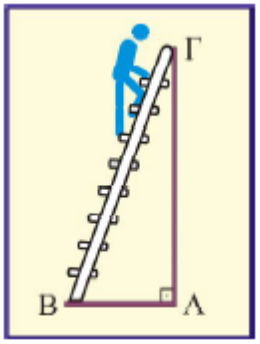
►

2. Δείξτε ότι οι εφαπτόμενες των οξειών γωνιών Β και Γ ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ, είναι αντίστροφοι αριθμοί.

►

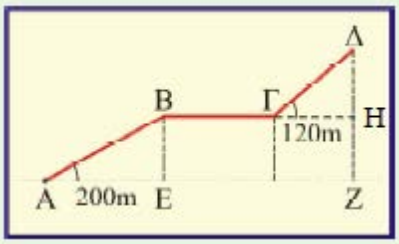
3. Η σκάλα του σχήματος είναι τοποθετημένη 1,5m σε απόσταση από τον κάθετο τοίχο ΑΓ. Ο τεχνίτης ανέβηκε σε ύψος 6m. Υπολογίστε την κλίση της σκάλας.

►



4. Η κλίση του δρόμου ΑΒ είναι 10%. Να υπολογίσετε την κλίση του τμήματος ΓΔ, αν είναι γνωστό ότι το σημείο Δ βρίσκεται 44m ψηλότερα από το Α.

►



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.2

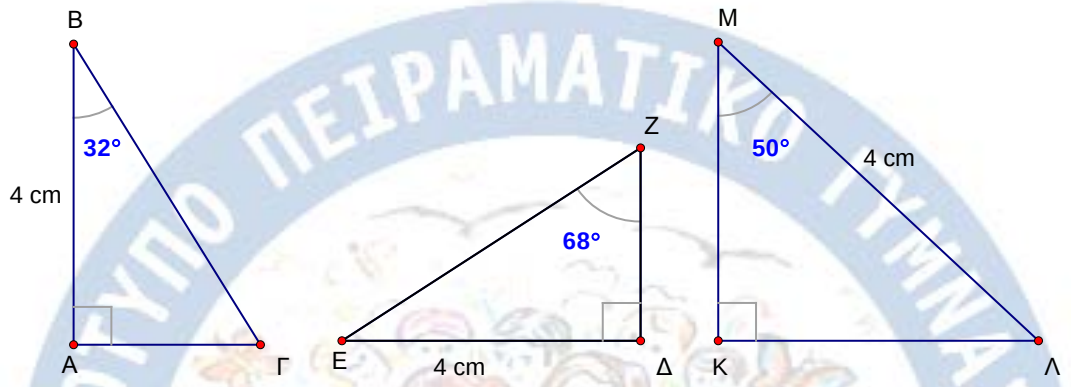
ΕΝΟΤΗΤΑ : Ημίτονο & Συνημίτονο οξείας γωνίας

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :……

1. Στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα να υπολογίσετε τα πρωτεύοντα στοιχεία τους :

▶



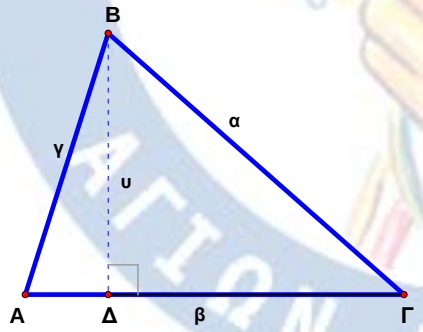
2. Αν ω και φ είναι οξείες γωνίες ορθογωνίων τριγώνων, να βρείτε ποιες τιμές μπορούν να πάρουν οι παραστάσεις :

Α = 3 – ημφ, Β = 2 + 4ημω, Γ = ημφ – 2συνω + 1

►

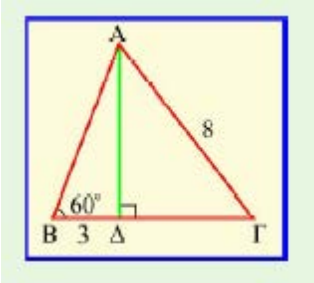
3. Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι οξυγώνιο, δειξτε ότι το εμβαδόν του δίνεται και από τη σχέση : $E = \frac{1}{2}\beta \cdot \gamma \cdot \eta\mu A$

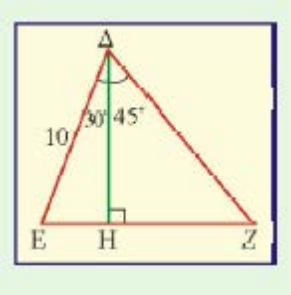
►

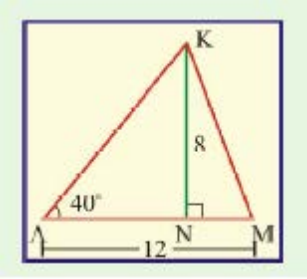


4. Να υπολογίσετε τις πλευρές και τα εμβαδά των παρακάτω οξυγώνιων τριγώνων :

►





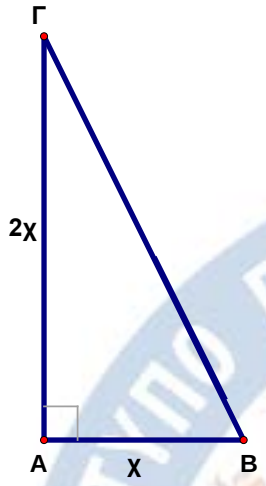


5. Να υπολογίσετε την οξεία γωνία ω ενός οξυγώνιου τριγώνου αν ισχύει :

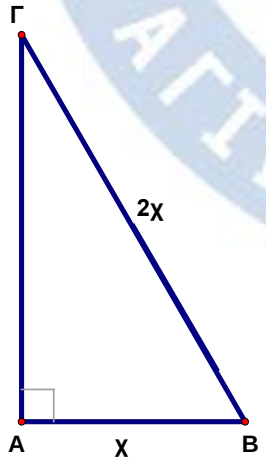
α) 2ημω – 1 = 0, β) $2\sigma\upsilon\nu^2\omega - \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\omega = 0$

►

6. Να υπολογίσετε το ημίτονο και το συνημίτονο των οξειών γωνιών ορθογωνίου τριγώνου, στο οποίο η μία κάθετη πλευρά είναι διπλάσια της άλλης.
►



7. Να υπολογίσετε τις οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου, στο οποίο η υποτείνουσα είναι διπλάσια μιας κάθετης πλευράς.
►



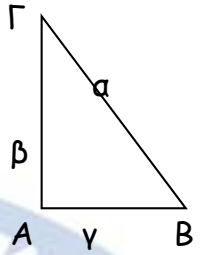
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.3

ΕΝΟΤΗΤΑ : Μεταβολές τριγωνομετρικών αριθμών

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :……..

1. Με τη βοήθεια του διπλανού τριγώνου να αποδείξετε ότι:



α) $συν^2Β+συν^2Γ=1$ β) συνΒ=ημΓ

γ) $εφΒ = \frac{ημΒ}{συνΒ}$

►

2. Αν φ και ω είναι οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου, να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.
Σε κάθε περίπτωση να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

α) ημω·συνφ > 0	β) ημφ·ημω < 0	γ) ημφ + συνω = 0
δ) ημφ = συνω	ε) εφω·συνω > 1	στ) ημω + συνω < 2

►

α)

β)

γ)

δ)

ε)

στ)

---

3. Να διατάξετε σε αύξουσα σειρά τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς: ημ45°, ημ18°, ημ73°, ημ24°.

►

---

4. Να διατάξετε σε αύξουσα σειρά τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς: συν13°, συν36°, συν85°, συν53°.

►

---

5. Να διατάξετε σε φθίνουσα σειρά τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς: εφ5°, εφ89°, εφ47°, συν38°, εφ62°.

►

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.4

ΕΝΟΤΗΤΑ : Τριγ/κοί αριθμοί γωνιών: 30º, 45º,60º

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :……..…… Ημ/νία :……..

1. Αν είναι ω = 45º και φ = 60º, να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

►

$A = 2συνω.συνφ + ημ^2ω - 2ημω.ημφ$

$B = (ημω - συνω)^2 + (συνω + ημω)^2 - (συνφ - ημφ)$

2. Υπολογίστε τις παρακάτω ποσότητες:

Α=ημ30.συν30.εφ30 Β=ημ45.συν45.εφ45 Γ=ημ60.συν60.εφ60

►

3. Να αποδείξετε τις παρακάτω ισότητες :

►

$K = συν^2 60^o + συν^2 45^o + συν^2 30^o = 3/2$

$Λ = 2συν60^o + 2ημ30^o - 2εφ45^o = 0$

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ=4cm, και γωνία Α=120°.
Να υπολογίσετε: α) το ύψος ΑΔ, β) την περίμετρο του τριγώνου και γ) το εμβαδόν του τριγώνου.

►

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.4.1

Γενικές Ασκήσεις στην Τριγωνομετρία

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :…….

1. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=90^0) ισχύει:

$\varepsilon\phi B + \dfrac{\sigma\upsilon\nu B}{\eta\mu B} = \dfrac{\alpha^2}{2E}$, όπου Ε είναι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ και α το μήκος της υποτείνουσας του.

2. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=90^0) ισχύει:

α) $\dfrac{\sigma\upsilon\nu B + \sigma\upsilon\nu\Gamma}{\eta\mu B + \eta\mu\Gamma} = 1$ β) $\dfrac{1}{\eta\mu B \cdot \sigma\upsilon\nu B \cdot \varepsilon\phi B} = 1 + \varepsilon\phi^2\Gamma$

3. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=90^0) ισχύει:

α) $\dfrac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 B} = 1 + \varepsilon\phi^2 B$ β) $\eta\mu^2 B = \dfrac{\varepsilon\phi^2 B}{1 + \varepsilon\phi^2 B}$

4. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=90^0) ισχύει:

$$\frac{1}{\eta\mu B \cdot \sigma\upsilon\nu B} = \varepsilon\phi B + \frac{1}{\varepsilon\phi B}$$

5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=90^0) είναι : εφΒ=9/40 και ΑΓ=18 m.

Να υπολογίσετε: α) την περίμετρο του ΑΒΓ

β) το εμβαδόν του ΑΒΓ.

6. Υπολογίστε τις παρακάτω ποσότητες:

Α=ημ30.συν30.εφ30 Β=ημ45.συν45.εφ45 Γ=ημ60.συν60.εφ60

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.4.2

Ασκήσεις Τριγωνομετρίας με χρήση επιστημονικού υπολογιστή τσέπης

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :…….

1. Υπολογίστε με τον υπολογιστή τσέπης τα παρακάτω:

ημ0° = ημ90° =

συν0° = συν90° =

εφ0° = εφ90° =

2. Υπολογίστε με τον υπολογιστή τσέπης τα παρακάτω:

ημ30° = ημ45° = ημ60° =

συν30° = συν45° = συν60° =

εφ30° = εφ45° = εφ60° =

3. Υπολογίστε με τον υπολογιστή τσέπης τα παρακάτω:

α) ημ28° = συν36° = εφ74° =

β) Κ = ημ28° + συν36° + εφ74°

γ) Λ = ημ28° ·συν36° ·εφ74°

4. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=90^0) ισχύει:

α) $A = \dfrac{\sigma\upsilon\nu 32^o + \sigma\upsilon\nu 58^o}{\eta\mu 32^o + \eta\mu 58^o} = 1$

►

β) $B = \dfrac{1}{\eta\mu 15^o \cdot \sigma\upsilon\nu 15^o \cdot \varepsilon\phi 15^o} = 1 + \varepsilon\phi^2 75^o$

►

5. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^0$) ισχύει:

α) Γ = $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 63^o} = 1 + \varepsilon\phi^2 63^o$

►

β) Δ = $\eta\mu^2 23^o = \frac{\varepsilon\phi^2 23^o}{1 + \varepsilon\phi^2 23^o}$

►

6. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^0$) ισχύει:

Ε = $\frac{1}{\eta\mu 47^o \cdot \sigma\upsilon\nu 47^o} = \varepsilon\phi 47^o + \frac{1}{\varepsilon\phi 47^o}$

►

7. Υπολογίστε τις οξείες γωνίες, ορθογωνίου τριγώνου, με κάθετες πλευρές β = 2,2 m και γ = 3,8 m.

►

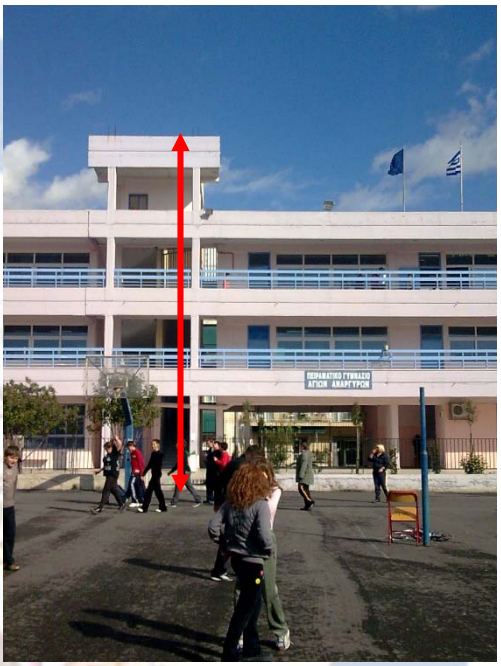
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.4.3

Υπολογισμοί υψών και αποστάσεων με Τριγωνομετρία

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :…….

► Υπολογίστε το ύψος h του σχολείου μας.



► Υπολογίστε την απόσταση x.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 3.1

ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρηση Κύκλου – Εγγεγραμμένη Γωνία

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
Όνομα Μαθητή :……..…… Ημ/νία :…….

▶ **1η Δραστηριότητα :**

1. Σχεδιάστε κύκλο κέντρου Ο και σημειώστε ένα σημείο Κ του κύκλου.

2. Σχεδιάστε δύο ημιευθείες Κχ και Κψ που να τέμνουν τον κύκλο στα σημεία Α και Β.

3. Σχεδιάστε τις ακτίνες ΟΑ και ΟΒ.

Θυμάμαι ότι : Η γωνία ΑΟΒ λέγεται : …… και μετράται σε …….. Είναι ίση με το μέτρο του αντίστοιχου …… όταν αυτό μετράται σε …… .

Μαθαίνω ότι : Η γωνία ΑΚΒ, που έχει την κορυφή της στον κύκλο λέγεται : …… και βαίνει στο τόξο …… .

4. Μετρήστε την γωνία ΑΟΒ και την ΑΚΒ. Τι παρατηρείτε;

……

5. Μετακινήστε την κορυφή Κ της γωνίας ΑΚΒ . Τι παρατηρείτε;

……

6. Μετακινήστε τα σημεία Α ή Β και παρατηρείστε το μέτρο της γωνίας, οπότε και του αντίστοιχου τόξου. Καταγράψτε τα αποτελέσματα των παρατηρήσεων σας :……

……

▶ **2η Δραστηριότητα :**

1. Στον ίδιο κύκλο σημειώστε τα σημεία Γ και Δ, εκατέρωθεν του Κ.
2. Σχεδιάστε τις γωνίες ΑΓΒ και ΑΔΒ.
3. Μετρήστε τις γωνίες αυτές, τι παρατηρείτε;

.....

4. Μετακινήστε τα σημεία Γ και Δ, τι παρατηρείτε;

.....

5. Μετακινήστε τα άκρα του τόξου Α και Β, τι παρατηρείτε;

.....

▶ **3η Δραστηριότητα :**

1. Κατασκευάστε κύκλο κέντρου Ο με διάμετρο ΑΒ.
2. Κατασκευάστε εγγεγραμμένες γωνίες ΑΓΒ και ΑΔΒ εκατέρωθεν της διαμέτρου.
3. Μετρήστε τις γωνίες αυτές, τι παρατηρείτε; Καταγράψτε το συμπέρασμα:

.....

▶ **4η Δραστηριότητα :**

1. Κατασκευάστε κύκλο (Ο, ρ).
2. Σημειώστε στον κύκλο τα σημεία Α, Β, Γ, Δ και Κ ώστε το τόξο ΑΒ να είναι ίσο με το τόξο ΓΔ.
3. Σχεδιάστε τις επίκεντρες γωνίες ΑΟΒ και ΓΟΔ.
4. Σχεδιάστε και μετρήστε τις εγγεγραμμένες γωνίες ΑΚΒ και ΓΚΔ, τι παρατηρείτε;

.....

5η Δραστηριότητα :

1. Κατασκευάστε κύκλο (Ο, ρ).
2. Σημειώστε στον κύκλο τρία σημεία Α, Β, Γ και ενώστε τα μεταξύ τους ώστε να δημιουργηθεί ένα τρίγωνο ΑΒΓ, εγγεγραμμένο στον κύκλο.
3. Μετακινείστε κατάλληλα τα σημεία, ώστε το τόξο $\overset{\frown}{AB}$ να έχει μέτρο 100° και το τόξο $\overset{\frown}{B\Gamma}$ 132°.

4. Υπολογίστε και στη συνέχεια μετρήστε το τόξο ($\overset{\frown}{ΑΓ}$) = ...

και τις γωνίες :

(ΑΟΒ) = ... (ΑΟΓ) = ...

(ΒΑΓ) = ... (ΑΓΒ) = ...

(ΟΒΓ) = ... (ΟΑΓ) = ...

6η Δραστηριότητα :

Ανοίγουμε το σχολικό βιβλίο στη σελίδα 179, μελετάμε και λύνουμε στο φύλλο εργασίας την άσκηση 7, χρησιμοποιώντας τα συμπεράσματα που βγάλαμε σήμερα, και γνώσεις που έχουμε αποκτήσει παλαιότερα.

▶ **Λύση της άσκησης:**

	Σχήμα
Δεδομένα	
Ζητούμενα	

▶ **Εργασία για το σπίτι :**

1. Πρέπει να γράψουμε στο τετράδιό μας, τα συμπεράσματα, που σήμερα βγάλαμε.
2. Θα μελετήσουμε τις εφαρμογές 2 και 3 σελ. 177 του σχολικού βιβλίου.
3. Θα απαντήσουμε γραπτά στις ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 5.
4. Θα προσπαθήσουμε να λύσουμε τις ασκήσεις 1, 3, 4, 5, 6.

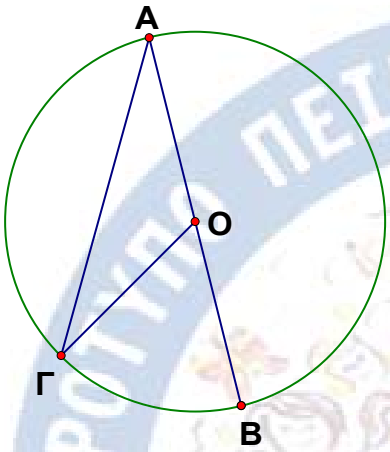
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 3.1.α

ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρηση Κύκλου – Εγγεγραμμένη Γωνία

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :……

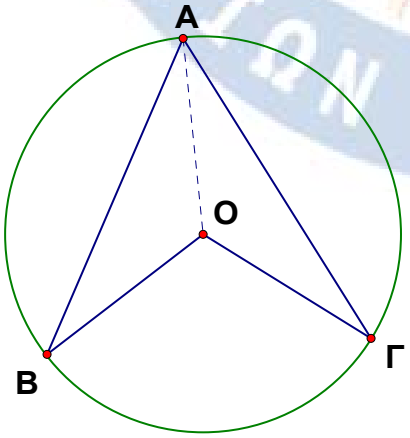
1. Έστω κύκλος (Ο, ρ) με διάμετρο ΑΒ, και χορδή ΑΓ. Δείξτε ότι η επίκεντρη γωνία ΒΟΓ είναι διπλάσια της εγγεγραμμένης ΒΑΓ.

▶



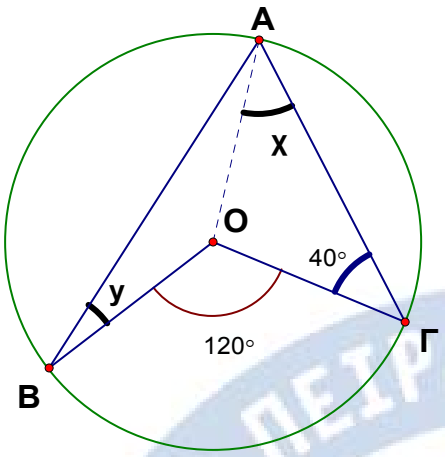
2. Έστω κύκλος (Ο, ρ) και εγγεγραμμένη γωνία ΒΑΓ. Δείξτε ότι η επίκεντρη γωνία ΒΟΓ είναι διπλάσια της αντίστοιχης εγγεγραμμένης ΒΑΓ.

▶



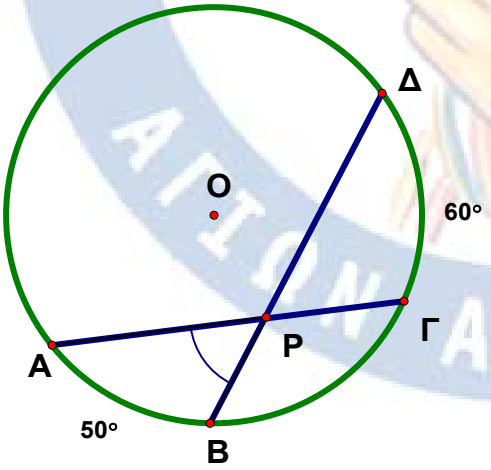
3. Στο σχήμα που δίνεται, υπολογίστε τις γωνίες x, και y.

▶



4. Έστω κύκλος (Ο, ρ) και τόξα (ΑΒ) = 50° και (ΓΔ) = 60°. Αν οι χορδές ΑΓ και ΒΔ τέμνονται στο σημείο Ρ, να υπολογίσετε τη γωνία ΑΡΒ.

▶



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 3.1.β

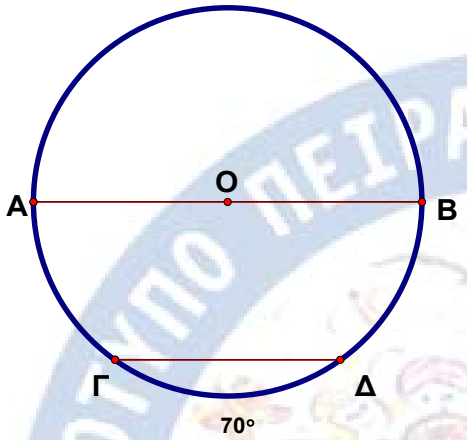
ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρηση Κύκλου – Εγγεγραμμένη Γωνία

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :……

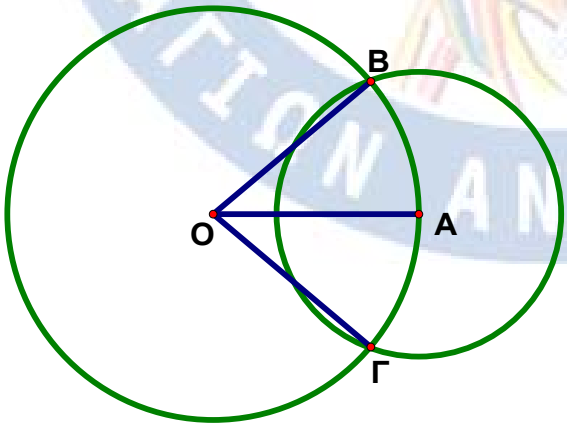
1. Αν ΑΒ//ΓΔ και (ΓΔ) = 70°, να δείξετε ότι i) τα τόξα ΑΓ = ΔΒ και

▶ ii) Υπολογίστε το τόξο ΑΓ.



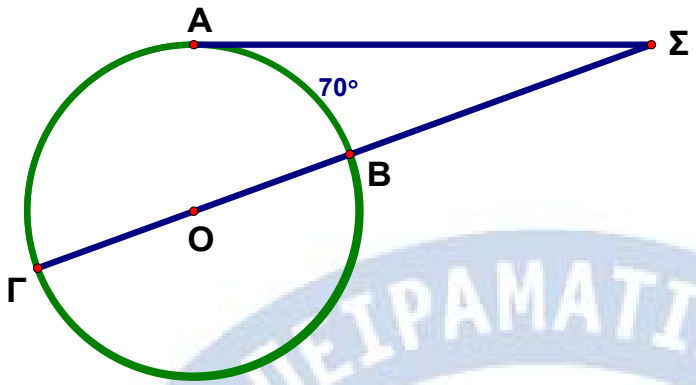
2. Έστω κύκλος (Ο, R) και κύκλος (Α,ρ). Αν Β και Γ τα σημεία τομής των δύο κύκλων, δείξτε ότι η γωνία ΒΟΑ είναι ίση με την ΓΟΑ.

▶



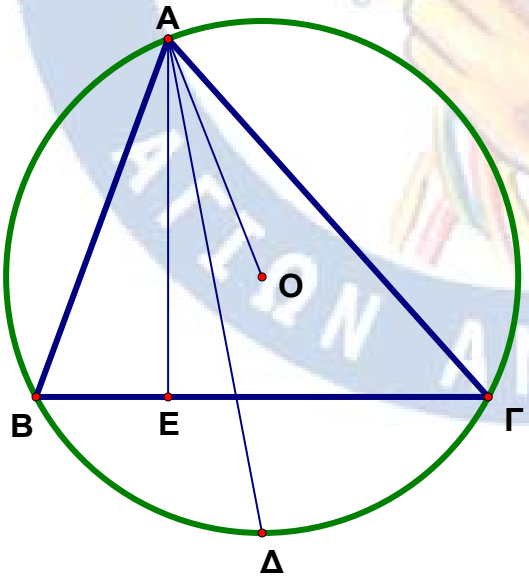
3. Αν ΣΑ είναι εφαπτόμενη του κύκλου και το τόξο (ΑΒ) = 70°, να υπολογίσετε τη γωνία ΑΣΒ.

▶



4. Έστω κύκλος (Ο, ρ) και το τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σ΄ αυτόν. Αν ΑΔ είναι η διχοτόμος της γωνίας ΒΑΓ και οι γωνίες ΟΑΔ = ΕΑΔ, δείξτε ότι το τμήμα ΑΕ είναι ύψος του τριγώνου.

▶



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 3.2

ΕΝΟΤΗΤΑ : Κανονικά Πολύγωνα

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :……

1. Σε κύκλο (Ο,R) να εγγράψετε τετράγωνο και να υπολογίσετε :

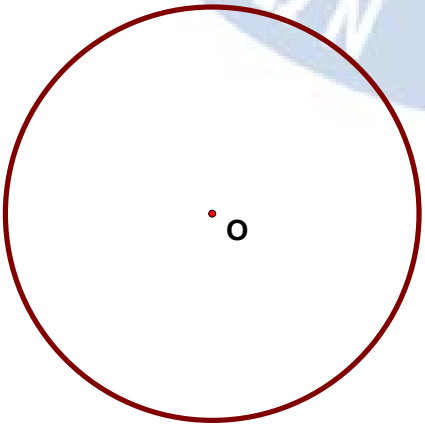
Την κεντρική γωνία του ω_4, τη γωνία φ_4, την πλευρά λ_4, το απόστημα α_4, την περίμετρο P_4 και το εμβαδόν του E_4 σε συνάρτηση με την ακτίνα R του κύκλου.

▶

2. Σε κύκλο (Ο,R) να εγγράψετε κανονικό εξάγωνο και να υπολογίσετε :

Την κεντρική γωνία του ω_6, τη γωνία φ_6, την πλευρά λ_6, το απόστημα α_6, την περίμετρο P_6 και το εμβαδόν του E_6 σε συνάρτηση με την ακτίνα R του κύκλου.

▶



3. Σε κύκλο (Ο,R) να εγγράψετε ισόπλευρο τρίγωνο και να υπολογίσετε :
Την κεντρική γωνία του ω_3, τη γωνία φ_3, την πλευρά λ_3, το απόστημα α_3, την περίμετρο P_3 και το εμβαδόν του E_3 , σε συνάρτηση με την ακτίνα R του κύκλου.

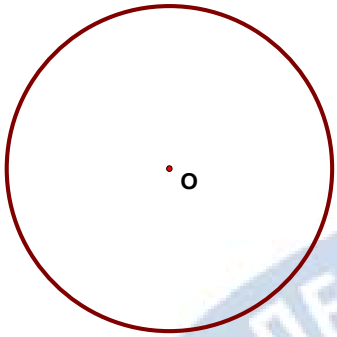
▶

4. Σε κύκλο (Ο,R) να εγγράψετε κανονικό οκτάγωνο και να υπολογίσετε :
Την κεντρική γωνία του ω_8, τη γωνία φ_8, την πλευρά λ_8, το απόστημα α_8, την περίμετρο P_8 και το εμβαδόν του E_8 σε συνάρτηση με την ακτίνα R του κύκλου.

▶

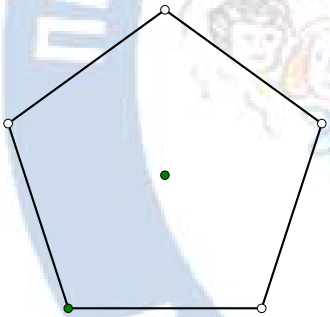
5. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός κανονικού ν – γώνου είναι $(2\nu-4)\cdot 90^{o}$.

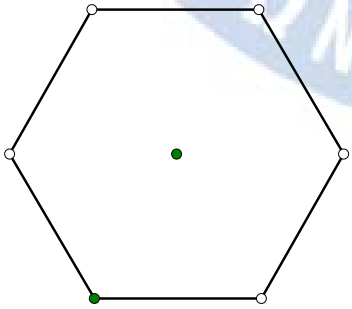
▶

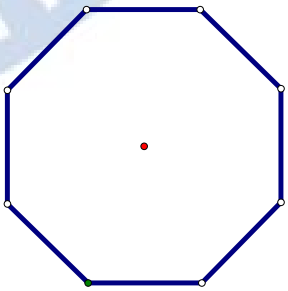


6. Να αποδείξετε ότι ο αριθμός των διαγωνίων ενός κανονικού ν-γώνου δίνεται από τη σχέση : $\frac{\nu(\nu-3)}{2}$. Εφαρμογή για ν=4, ν=5, ν=6, ν=8

▶

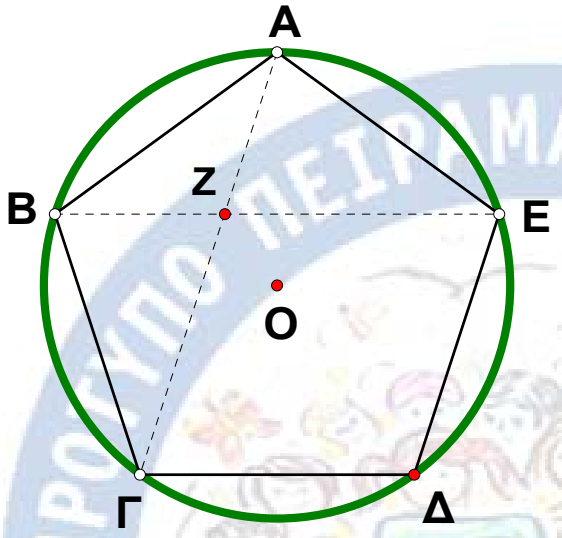






7. Δίνεται κύκλος (Ο,R) και κανονικό πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ εγγεγραμμένο σ΄ αυτόν. Δείξτε ότι : α) ΒΕ//ΓΔ, β) το κ. πεντάγωνο χωρίζεται σε ένα ισοσκελές τρίγωνο και ένα ισοσκελές τραπέζιο, γ) το τρίγωνο ΑΒΖ είναι ισοσκελές, δ) το τετράπλευρο ΓΔΕΖ είναι ρόμβος.

▶



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 3.3-3.6

ΕΝΟΤΗΤΑ : Μήκος Κύκλου & Τόξου – Εμβαδόν Κυκλικού δίσκου & Τομέα

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :……

1. Υπολογίστε το μέτρο τόξου :

α) σε ακτίνια, αν το μέτρο του σε μοίρες είναι 120°,

β) σε μοίρες, αν το μέτρο του σε ακτίνια είναι 3π/4.

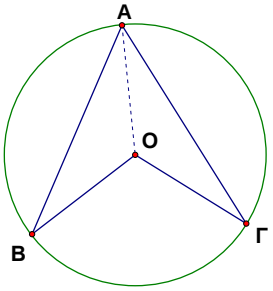
▶

2. Τόξο 45° σε κύκλο (Ο,ρ) έχει μήκος 3cm. Να υπολογίσετε την ακτίνα ρ του κύκλου.

▶

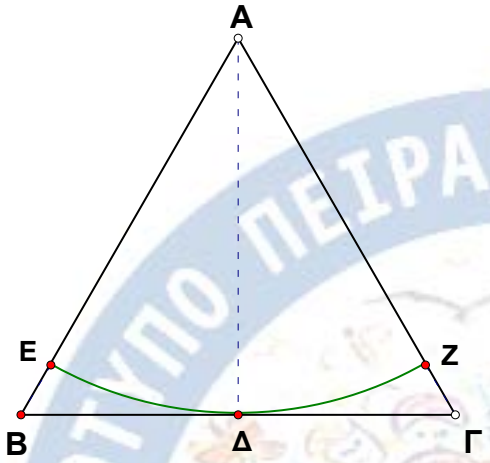
3. Μια εγγεγραμμένη γωνία ΒΑΓ = 30° βαίνει στο τόξο ΒΓ με μήκος χορδής ΒΓ = 4cm. Υπολογίστε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου, το εμβαδόν του τριγώνου ΟΒΓ καθώς και του ΑΒΓ.

▶



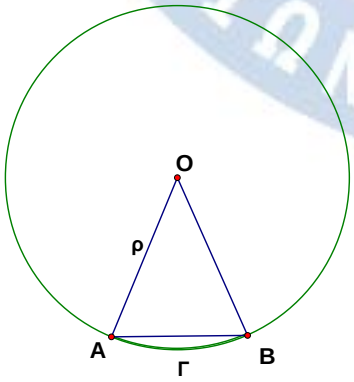
4. Σε ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς α = 4cm να γράψετε κύκλο (Α, ΑΔ=ρ) όπου ΑΔ το ύψος του. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που βρίσκεται μεταξύ του κύκλου και του τριγώνου, καθώς και το μήκος του τόξου που βρίσκεται μέσα στο τρίγωνο.

▶



5. Σε κύκλο (Ο, ρ=6cm), η γωνία Α = 70°. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος ΑΓΒ.

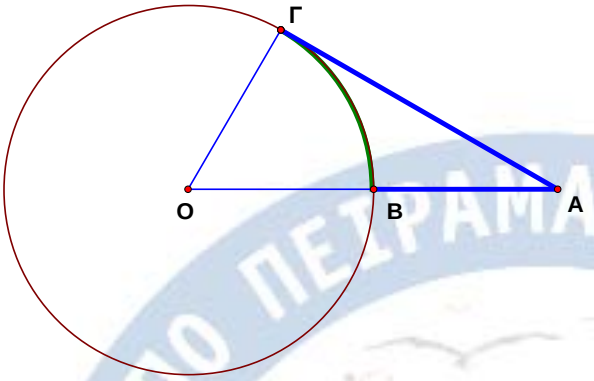
▶



6. Ο κύκλος του σχήματος έχει ακτίνα ρ=3cm, και η απόσταση ΟΑ=6cm, ενώ η ΑΓ είναι εφαπτόμενη του κύκλου. Να υπολογίσετε :

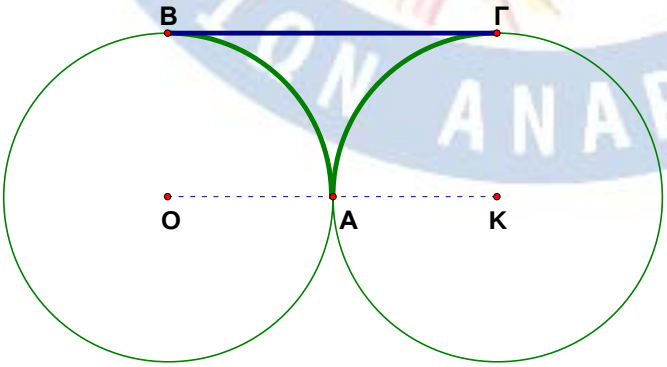
Α. Τη γωνία ΒΟΓ **Β.** Το μήκος της ΑΓ **Γ.** Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΟΓ **Δ.** Το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.

▶



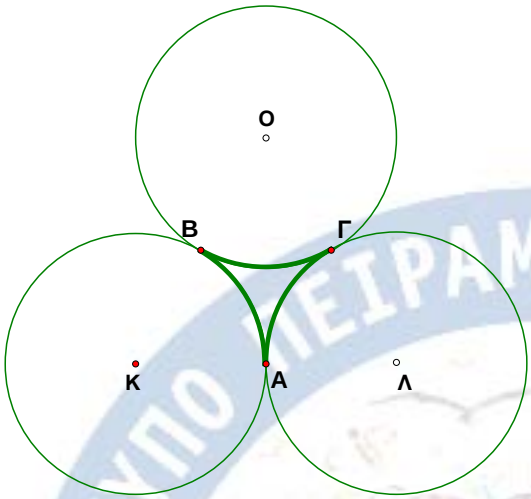
7. Δύο ίσοι κύκλοι εφάπτονται στο σημείο Α. Αν ΒΓ κοινή εξωτερική εφαπτομένη, υπολογίστε το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.

▶



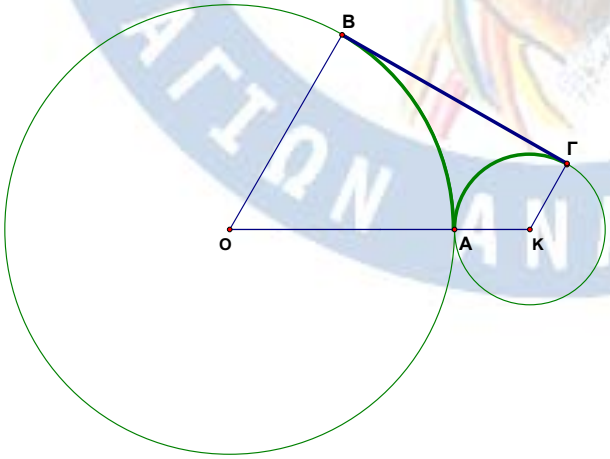
8. Τρεις ίσοι κύκλοι εφάπτονται ανά δύο στα σημεία Α, Β και Γ. Υπολογίστε το εμβαδόν και την περίμετρο του καμπυλόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.

▶



9. Οι κύκλοι (Κ,ρ) και (Ο,3ρ) εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο Α. Αν η ΒΓ είναι κοινή εξωτερική εφαπτομένη των δύο κύκλων, υπολογίστε το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.

▶



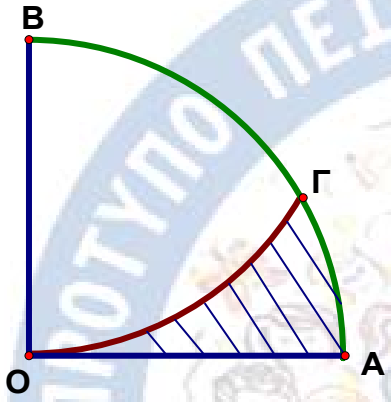
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 3.3-3.6 α

ΕΝΟΤΗΤΑ : Μήκος Κύκλου & Τόξου – Εμβαδόν Κυκλικού δίσκου & Τομέα

Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :……

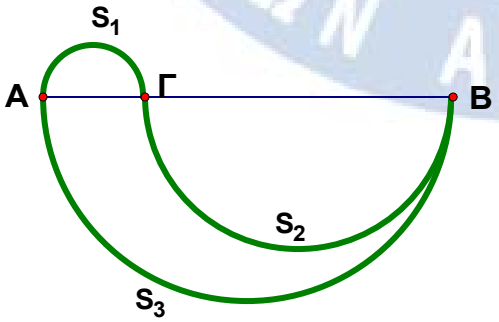
1. Δίνεται τεταρτοκύκλιο ΑΟΒ, ακτίνας R και τόξο ΒΓ κύκλου (Β, R).
Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου ΟΑΓ.

▶



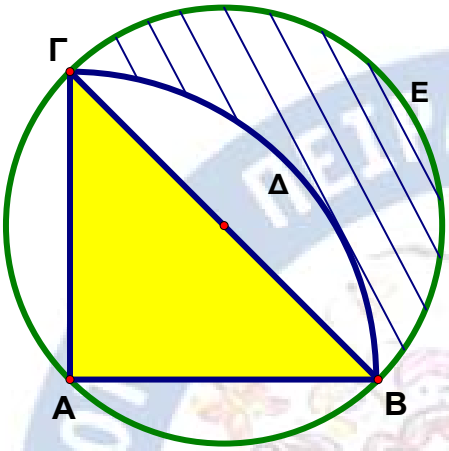
2. Δίνονται τρία ημικύκλια διαμέτρου ΑΓ, ΓΒ και ΑΒ, με ΑΒ = 12cm.
Αν το ΑΓ είναι το 1/3 του ΓΒ, να υπολογίσετε :
α) Τα μήκη των τόξων $S_1 + S_2 + S_3$.
β) Το εμβαδόν του χωρίου που περιέχεται μεταξύ των τόξων αυτών.

▶



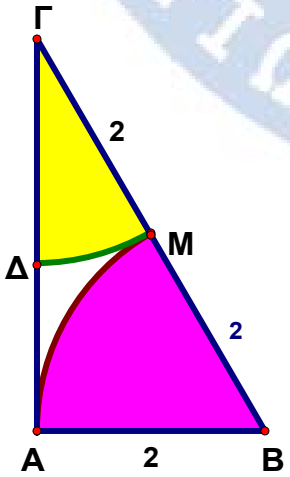
3. Ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R = 6cm. Γράφουμε κύκλο (Α, ΑΓ) και κρατάμε το τόξο που βρίσκεται μέσα στον πρώτο κύκλο. Να συγκρίνετε τα εμβαδά : του τριγώνου ΑΒΓ και του μηνίσκου (του καμπυλόγραμμου χωρίου που βρίσκεται μεταξύ των δύο κύκλων).

▶



4. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = 2cm και ΒΓ = 4cm, γράφουμε κύκλο (Β, ρ=2) και (Γ, ρ=2). Κρατάμε τα τόξα που βρίσκονται εσωτερικά του τριγώνου. Υπολογίστε την περίμετρο και το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΔΜ.

▶



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 4.1-4.7

ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρηση στερεών

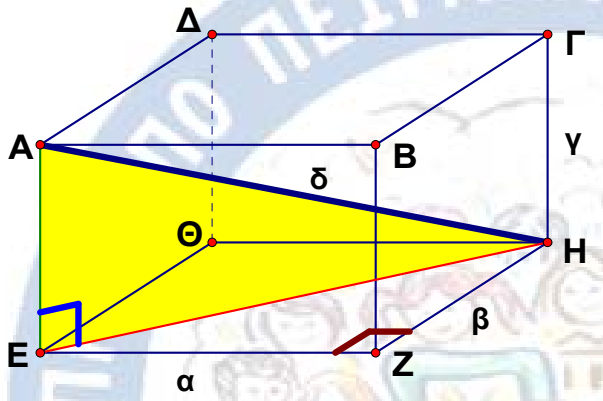
Τάξη : Β Γυμνασίου. Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :…….…… Ημ/νία :……

1. Υπολογίστε τη διαγώνιο δ του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με ακμές α, β και γ.

Στη συνέχεια υπολογίστε το ολικό εμβαδόν της επιφάνειάς του και τον όγκο του σε συνάρτηση με τις ακμές του.

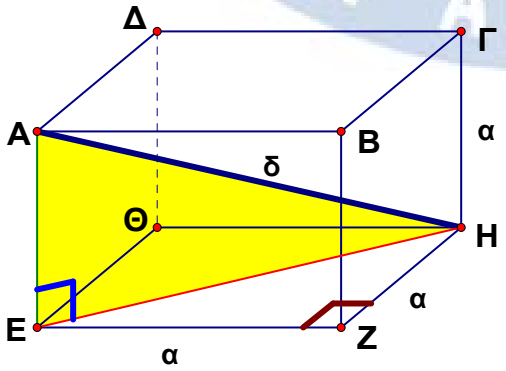
▶



2. Ο κύβος του σχήματος έχει διαγώνιο $\delta = 2\sqrt{3}$. Να υπολογίσετε :

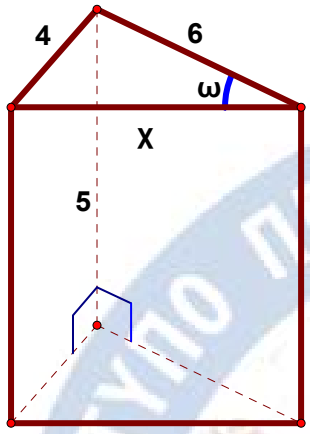
α) Την ακμή του, β) το εμβαδόν του και γ) τον όγκο του.

▶



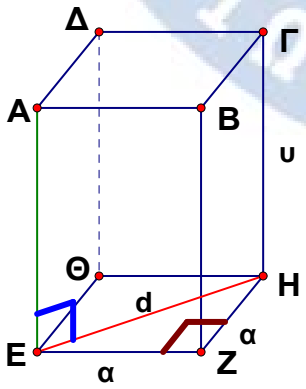
3. Στο ορθό τριγωνικό πρίσμα που δίνεται, να υπολογίσετε την πλευρά χ της βάσης, αν γνωρίζετε ότι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του είναι 90cm^2. Στη συνέχεια και αν γνωρίζετε ότι η γωνία ω = 30°, να υπολογίσετε το ολικό εμβαδόν της επιφάνειας του και τον όγκο του.

▶



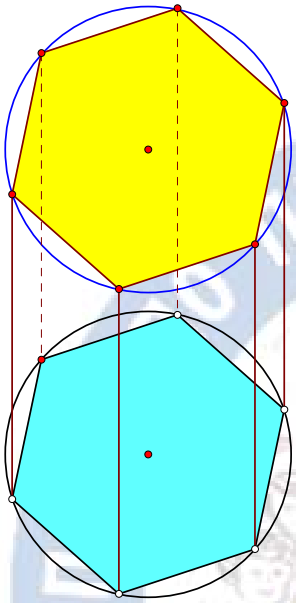
4. Σε ορθό τετραγωνικό πρίσμα η διαγώνιος της βάσης είναι $d = 2\sqrt{2}$ cm. Αν το ύψος του είναι υ = 4cm, υπολογίστε το εμβαδόν της επιφανείας του και τον όγκο του.

▶



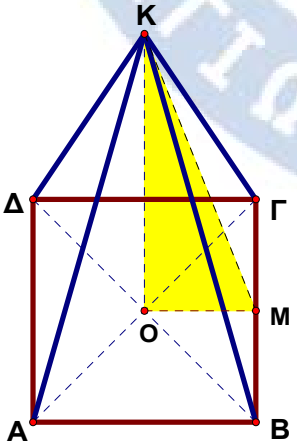
5. Σε ορθό κύλινδρο με ακτίνα βάσης ρ = 4cm και ύψος υ = 6cm, εγγράφεται ορθό κανονικό εξαγωνικό πρίσμα. Υπολογίστε :
α) Τον όγκο του κυλίνδρου, β) τον όγκο του πρίσματος και γ) τον όγκο του στερεού που βρίσκεται μεταξύ πρίσματος και κυλίνδρου.

▶



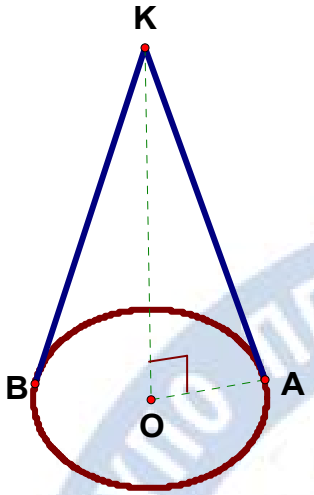
6. Ορθή τετραγωνική πυραμίδα έχει διαγώνιο βάσης $d = 2\sqrt{2}$ cm, και ύψος ΚΟ = 6 cm. Υπολογίστε : α) το εμβαδόν της βάσης του, β) το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας και γ) τον όγκο της.

▶

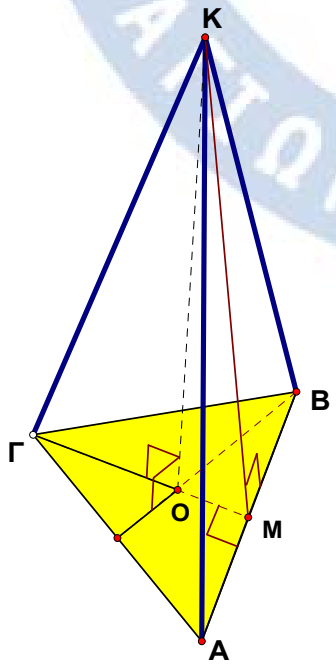


7. Δίνεται ορθός κώνος με ακτίνα βάσης ρ = 3cm και ύψος υ = 5cm. Να υπολογίσετε το ολικό εμβαδόν και τον όγκο του.

▶



8. Ορθή τριγωνική πυραμίδα έχει βάση ισόπλευρο τρίγωνο ύψους $\Gamma M = 3\sqrt{3}$ cm και παράπλευρο ύψος h = ΚΜ = 6cm. Υπολογίστε :

α) Την πλευρά α της βάσης και το εμβαδόν της, β) την παράπλευρη ακμή ΚΑ = λ και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας, γ) τον όγκο της πυραμίδας.

▶