

Επαναληπτικά Θέματα Τριγωνομετρίας

A.

1. Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, αν η γωνία $\Gamma=30^\circ$ και η $AB=240$ cm να υπολογιστούν οι πλευρές $A\Gamma$ και $B\Gamma$.
2. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $AB=6$ cm, $A\Gamma=10$ cm, η γωνία $B=60^\circ$ και $\Gamma=30^\circ$.
Να υπολογίσετε τα μήκη των προβολών των AB και AB πάνω στη $B\Gamma$.
3. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A=90^\circ$, είναι $\sin B=3/5$. Να υπολογίσετε το $\eta\mu B$, την $\epsilon\phi B$ και το $\eta\mu(90^\circ-B)$.
4. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$\alpha) A = \frac{1}{2\eta\mu^2 60^\circ} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 45^\circ} - \frac{2}{\epsilon\phi^2 60^\circ}$$

$$\beta) B = \frac{1}{3}\eta\mu^2 60^\circ - \frac{1}{2\sigma\upsilon\nu 60^\circ}\epsilon\phi^2 30^\circ + \frac{4}{3}\eta\mu^2 45^\circ\epsilon\phi^2 60^\circ.$$

5. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \eta\mu 15^\circ = \sin 75^\circ, \quad \beta) \sin 28^\circ = \eta\mu 62^\circ, \quad \gamma) \epsilon\phi 35^\circ = \sigma\phi 55^\circ.$$

6. Αν B οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$, με $A = 90^\circ$, να αποδείξετε :

$$\alpha) \eta\mu B \cdot \sin(90^\circ - B) + \sin B \cdot \eta\mu(90^\circ - B) = 1,$$

$$\beta) \frac{\sigma\upsilon\nu B \cdot \epsilon\phi B \cdot \epsilon\phi(90^\circ - B)}{\eta\mu(90^\circ - B)} = 1.$$

7. Αν α, β, γ πλευρές τριγώνου, να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) E = \frac{1}{2}\beta\gamma \cdot \eta\mu A = \frac{1}{2}\alpha\gamma \cdot \eta\mu B = \frac{1}{2}\alpha\beta \cdot \eta\mu \Gamma$$

$$\beta) \alpha = \gamma \cdot \sigma\upsilon\nu B + \beta \cdot \sigma\upsilon\nu \Gamma.$$

8. Αν θ οξεία γωνία, να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) (\sigma\upsilon\nu\theta + \eta\mu\theta)^2 + (\sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta)^2 = 2,$$

$$\beta) (1 + \epsilon\phi\theta)^2 + (1 - \epsilon\phi\theta)^2 = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu^2\theta}$$

$$\gamma) \frac{1}{1 - \eta\mu\theta} + \frac{1}{1 + \eta\mu\theta} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu^2\theta}.$$

B.

9. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών 0° , 90° , 180° , 270° και 360° .

10. Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι τιμές των παραστάσεων:

$$\alpha) A = -4\eta\mu x + 7, \quad \beta) B = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x, \quad \gamma) \Gamma = \frac{1}{4 - 3\sigma\upsilon\nu x}.$$

11. Στο ορθοκανονικό σύστημα των αξόνων xOy παίρνουμε το σημείο $M(-\sqrt{3}, 1)$. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας χOM .

12. Αν $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = \lambda$, να υπολογίσετε (ως συνάρτηση του λ) τις παραστάσεις

$$\begin{aligned} & \text{i) } \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x, \quad \text{ii) } \eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x, \quad \text{iii) } \eta\mu^3 x + \sigma\upsilon\nu^3 x, \quad \text{iv) } \eta\mu^4 x + \sigma\upsilon\nu^4 x, \\ & \text{v) } \eta\mu^6 x + \sigma\upsilon\nu^6 x, \quad \text{vi) } \frac{1}{\eta\mu x} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x}, \quad \text{vii) } \frac{1}{\eta\mu^2 x} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}. \end{aligned}$$

Γ.

13. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών:

$$\alpha) 120^\circ, \quad \beta) 135^\circ, \quad \gamma) 150^\circ$$

14. Αν $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία x , όταν:

$$\alpha) \eta\mu^2 x = \frac{1}{4} \quad \beta) 2\sigma\upsilon\nu^2 x = 1 \quad \gamma) 2\sigma\upsilon\nu x + \sqrt{3} = 0.$$

15. Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{4\eta\mu(180^\circ - x) + \sigma\upsilon\nu(90^\circ - x)}{\eta\mu(90^\circ - x) - 4\sigma\upsilon\nu(180^\circ - x)}.$$

Δ.

16. Αν $\eta\mu\omega = \frac{3}{4}$ και $90^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$ να υπολογίσετε τους άλλους

τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

17. Δείξτε ότι ισχύει: $1 + \varepsilon\phi^2\omega = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\omega}$.

Με τη βοήθεια της σχέσης αυτής να υπολογίσετε το συνω και μετά το

ημω, αν γνωρίζετε ότι : $\varepsilon\phi\omega = \frac{5}{4}$ και $180^\circ < \omega < 270^\circ$.

18. Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{4}{5}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να υπολογίσετε το ημω και την εφω.

19. Να αποδείξετε ότι :

$$\begin{array}{ll} \alpha) (1 - \sigma\upsilon\nu\chi)(1 + \sigma\upsilon\nu\chi) = \eta\mu^2\chi, & \beta) \frac{\sigma\upsilon\nu^2\chi - 1}{\eta\mu^2\chi - 1} = \varepsilon\phi^2\chi \\ \gamma) \frac{1}{1 - \sigma\upsilon\nu^2\chi} = \frac{1 + \varepsilon\phi^2\chi}{\varepsilon\phi^2\chi} & \delta) \frac{1}{\eta\mu\chi} - \eta\mu\chi = \frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{\varepsilon\phi\chi}. \end{array}$$

20. Να μετατρέψετε τις παραστάσεις $K = \eta\mu^3x + \sigma\upsilon\nu^3x$ και $\Lambda = \eta\mu^3x - \sigma\upsilon\nu^3x$

σε γινόμενα παραγόντων και να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\eta\mu^3x + \sigma\upsilon\nu^3x}{1 - \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x} = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x.$$

E.

21. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\alpha=7$, $\beta=5$ και $\gamma=8$, να βρείτε τις γωνίες Α, Β, Γ του τριγώνου.

22. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\alpha=3$, $\beta=7$ και $\Gamma=99^\circ$, να βρείτε την πλευρά γ και τις γωνίες Α και Β.

23. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $\beta=2\gamma$ και γωνία $A=120^\circ$ να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) a^2 = \beta^2 + \gamma^2 + \beta\gamma \quad \beta) a = \gamma\sqrt{7}.$$

24. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι:

$$\begin{array}{ll} \alpha) A=60^\circ, \text{ να αποδείξετε ότι: } a^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \beta\gamma. \\ \beta) B=45^\circ, \text{ να αποδείξετε ότι: } \beta^2 = a^2 + \gamma^2 - a\gamma\sqrt{2}. \end{array}$$

25. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει:

$$\frac{\sigma\upsilon\nu A}{\alpha} + \frac{\sigma\upsilon\nu B}{\beta} + \frac{\sigma\upsilon\nu \Gamma}{\gamma} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2\alpha\beta\gamma}.$$